*

Om forholdet mellom det mentale og det fysiske.

Del III

*

Morten Rognes

2002

*

> " I think I was always a Cartesian dualist (although I never thought that we should talk about "substances"); and if not a dualist, I was certainly more inclined to pluralism than to monism. I think it silly or at least high-handed to deny the existens of mental experiences or mental states or states of consciousness; or to deny that mental states are as a rule closely related to states of the body, especially physiological states."
>
> Karl Popper i 'Unended Quest'

§1 Innledning

Det bør understrekes at det følgende i det store og hele er et rent teknisk arbeid. Den betydningen det har for de filosofiske problemene i forbindelse med forholdet mellom det fysiske og det mentale vil derfor i noen grad ligge under overflaten og ikke i spesiell grad bli betont. Formålet er å utlede en rekke satser i teorien TMF som synes å være av en viss interesse. Dette gjøres fordi det kan kaste noe lys over denne teorien og dermed bidra til en noe bedre forståelse når det gjelder hva denne teorien innebærer.

Teorien TMF er detaljert og eksakt avgrenset og definert i arbeidet Rognes [6], "Om forholdet mellom det mentale og det fysiske Del I". Det forutsettes derfor at leseren har lest gjennom og satt seg inn i dette skrift. Vi vil også forutsette at leseren kjenner og behersker Rognes [7], "Om forholdet mellom det mentale og det fysiske Del I I" siden vi delvis vil bygge videre på de resultater som er bevist der. De begepsdannelsene og de definisjonene som er gitt i de nevnte arbeider vil her bli benyttet uten videre og uten spesielle forklaringer. Teorien TMF, slik den er definert i Rognes [6], er en utvidelse av egenskapsteorien E;3. Dette innebærer at leseren må ha et detaljert kjennskap til denne egenskapsteorien. I praksis innebærer dette at leseren må ha lest og være fortrolig med arbeidene Rognes [1] – Rognes [5] som er oppført på referanselisten. Begrepsdannelser, notasjon og resultater fra disse skriftene vil uten bli brukt her uten utførlige forklaringer.

I dette arbeidet skal vi se på visse utvidelser av språkrammen til TMF. I denne teoriens språk er det ikke mulig å si noe direkte om kausalforhold vedrørende mentale og fysiske forhold. Det kan derfor være av interesse å utvide språket til TMF med nye predikater som gjør det mulig å uttrykke påstander om eventuelle kausalforbindelser mellom det mentale og det fysiske. Vi skal være nokså beskjedne i denne forbindelse og bare innføre et predikat, nemlig predikatet "x er en kausallov som gjelder i verdenen w". Ved hjelp av dette predikatet kan man definere en rekke andre relaterte begreper som kan være av interesse. For det første kan man definere hva som menes med at en påstand er kausalnødvendig. Videre kan man definere hva som menes med at et utsagn impliserer kausalt et annet og hva som menes med at to utsagn er kausalt ekvivalente. Endelig kan man definere hva som menes med at to utsagnsmengder er kausalt ekvivalente og hva som menes med at et utsagn er kausalt implisert av utsagnene i en gitt utsagnsmengde.

Vi innfører derfor det følgende predikat:

(1) "x er et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w"
- "CLov;w(x)"

Det er også et annet tema som vi er interessert i å ta opp i dette arbeidet. I Rognes [7] betraktet vi visse hendelsesteorier.[1] Av forskjellige grunner kan det være av interesse å betrakte dette tema fra en litt annen synsvinkel. Vi vil ta vårt utgangspunkt i en ny hendelsesteori. I denne forbindelse tar vi vårt utgangspunkt i teorien E;3 og utvider språket til denne teorien med de følgende predikater:

(2) "h er en hendelse som finner sted ved tidspunktet t i verdenen w" -

---

[1] Man bør konsultere Rognes [7] §2.2-§2.4, særlig §2.2. Videre §4.4, §5,3 og §6.3 i dette samme arbeid.

"Ev(h,t,w)"
(3) "x er en mulig fysisk hendelse" - "Fys(x)"
(4) "x er en mulig mental hendelse" - "Ment(x)"
(5) "x er et tidspunkt" - "Tp(x)"
(6) "tidspunktet x kommer før tidspunktet y" - "x<y"

La oss kalle dette nye språket L*. Innenfor rammen av dette språket vil vi så formulere en rekke nye ikke-logiske aksiomer som involverer predikatene (2)–(6). Når så teorien E;3 utvide med disse nye formlene som nye ikke-logiske aksiomer får man som resultat den teorien om hendelser vi har i tankene. Vi betegner denne med H.

Det er altså to temaer som vil bli tatt opp i dette arbeidet som derfor faller i to deler. For det første vil vi formulere teorien H helt presist og undersøke dens forhold til TMF. For det andre vil vi utvide språket til TMF med predikatet (1) og legge til visse nye aksiomer som virker plausible når det gjelder dette. Innenfor denne utvidete versjon av TMF, la oss kalle den TMF;c vil vi så formulere en rekke nye teser angående kausale relasjoner mellom det mentale og det fysiske og bevise en rekke teoremer i denne forbindelse.

Vi skal nå gi en mer detaljert oversikt over og redegjørelse for innholdet i dette arbeidet. De temaene som har med egenskapsteorien som ble nevnt ovenfor å gjøre blir behandlet først. Dette skjer i §1.1, §2, §3 og §3.1. I den første av disse paragrafene spesifiserer vi de formlene i språket til E;3 utvidet med predikatene (2) – (6) som legges til grunn som ikke-logiske aksiomer i denne teorien. Det dreier seg i første omgang om fem formler som vi betegner med EV1 – EV5. Men vi tar også med en formel EV6 som blir mer utførlig drøftet i §3. I forbindelse med disse formlene innfører vi også en rekke, forsåvidt viktige, begrepsdannelser som det er naturlig å trekke inn. For det første definerer vi hva som menes med en logisk mulig hendelse. Dernest definerer vi hva som menes med tidsområdet til en hendelse og hva som innenfor teoriens rammer forstås med en momentan hendelse. Dette er som navnet antyder en hendelse der tidsområdet inneholder nøyaktig ett og bare ett tidspunkt. Til sist i §1.1 gir vi en formelt sett presis definisjon av hendelsesteorien H.

I §2 innfører vi noen nye begrepsdannelser i forbindelse med teorien H. Det dreier seg hovedsakelig om endel viktige ekvivalensrelasjoner. Først defineres hva som menes med at to mulige verdener er historisk sammenfallende, eller insidente, ved et gitt tidspunkt t. Vi betegner denne relasjonen med med HIns. Dernest defineres hva som forstås med at to verdener er insidente over et tidsområde, eller mengde av tidspunkter, X. To verdener som er insidente eller sammenfallende over et tidsområde X sies å ha samme historie i dette tidsområde. Vi sier også at de er historisk ekvivalente over området. Denne relasjonen, som man, noe vi allerede har antydet, kan vise at er en ekvivalensrelasjon betegnes med HEkv. HEkv;X(w1,w2) innebærer følgelig at verdenen w1 og verdenen w2 er historisk sett ekvivalente over tidsområdet X.

I forbindelse med denne ekvivalensrelasjonen innfører vi også to andre beslektede relasjoner. For det første defineres hva som menes med at to verdener har den samme fysiske historie over tidsområdet X. Vi betegner denne relasjonen med FEkv;X. FEkv;X(w1,w2) innebærer derfor at verdenen w1 har den samme fysiske historien som verdenen w2 over tidsområdet X. Dessuten innfører vi en tilsvarende relasjon som har med mentale hendelser å gjøre og forklarer hva som menes med at to verdener w1 og w2 har den samme mentale historie over tidsområdet X. Denne relasjonen betegnes med MEkv;X(w1,w2).

Det er klart at de to sistnevnte relasjonene, selvom de er definert på en annen måte, har en nær forbindelse med de tilsvarende relasjonene EFys;X og EMen;X som ble introdusert i Rognes [7]. I en viss forstand er de ekvivalente. Siden enhver ekvivalensrelasjon e over I induserer en naturlig utsagnsmengde U(e) er det klart at det svarer to utsagnsmengder til relasjonene FEkv;X og MEkv;X. Det dreier seg selvfølgelig om U(FEkv;X) og U(MEkv;X). Disse utsagnsmengdene er selvfølgelig også nær relatert til de to tilsvarende utsagnsmengdene som ble introdusert i Rognes [7].

I §3 innføres ytterligere en del begreper i forbindelse med hendelsesteorien H. Vi forklarer først hva som menes med den minste øvre grense og den største nedere grense når det gjelder tidsområdet til en hendelse. Dernest defineres hva som menes med at en hendelse avsluttes før, samtidig og etter en annen hendelse. Tilsvarende defineres hva som menes med at en hendelse begynner før, samtidig med og etter en annen hendelse. Vi definerer også hva som menes med en tidsmessig begrenset hendelse: Dette er en hendelse der tidsområdet har en øvre og en nedre grense, og som derfor er slik at tidsområdet har en minste øvre og en minste nedre grense. I denne paragrafen innfører vi også en binær funksjon β som til ethvert par <h,t> der h er en hendelse og t er et tidspunkt tilordner dette paret det utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene w hvor man har at hendelsen h inntreffer ved tidspunktet t. (Mao. hvor man har at Ev(h,t,w).) Når det gjelder hendelser impliserer ikke teorien H, om man fjerner aksiomet EV6 at enhver hendelse nødvendigvis har det samme tidsområdet i alle de verdenene hvor den inntreffer ved et eller annet tidspunkt. En hendelse som har denne egenskapen kaller vi i §3 for en rigid hendelse. Vi viser at formelen EV6 (i nærvær av de andre aksiomene i H) impliserer at enhver mulig hendelse er rigid. I tillegg til funksjonen β som ble nevnt ovenfor innfører vi også en funksjon β° som til enhver mulig hendelse h tilordner denne det utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene hvor hendelsen h foreligger ved et eller annet tidspunkt. I tilknytning til de begrepene som er nevnt vises endel satser som i noen grad belyser forholdet mellom dem og innholdet i dem.

I §3.1 studerer vi forholdet mellom teorien H og teorien TMF. Hovedsaken i denne paragrafen er dette: For det første gir vi definisjoner av predikatene (2) – (6) innenfor rammen av TMF. Dernest viser vi at gitt disse definisjonene kan aksiomene EV1 – EV6 utledes i teorien TMF. Definisjonene som gis er nokså kompliserte. Dette innebærer at resultatet ikke er helt trivielt.

For det andre viser vi at gitt disse definisjonene, faller relasjonene MEkv;X og FEkv;X, som vi nevnte ovenfor, sammen med de tilsvarende relasjonene EMen;X og EFys;X som ble introdusert i Rognes [7]. Dette er i og for seg ikke uviktig i og med at det tross alt kaster noe nytt lys over de sistnevnte relasjoner.

Man kan sammenfatte innholdet i §3.1 ved å si at vi viser hvordan det er mulig å redusere teorien H til teorien TMF.

Så meget om de temaene som har med hendelser å gjøre og som behandles i dette arbeidet. Den andre delen dreier seg om mulige kausalforhold mellom det mentale og det fysiske. Vi tar om emner som har med dette å gjøre i §4 - §6.

I §4 gjør vi først rede for den utvidelsen av TMF som vi vil arbeide innenfor: Vi skal kalle denne noe mer omfangsrike teorien for TMF;c. Den fremkommer for det første ved at man utvider språket til teorien TMF med predikatet "x er et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w". Vi tillater oss å betegne dette språket med L;c. Det nevnte predikat forkortes med "CLov;w(x)". Selve teorien TMF;c fremkommer så ved å legge til ytterligere to ikke-logiske aksiomer som inneholder dette predikatet "CLov;w(x)". Disse to aksiomene er for det første CL1 som uttrykker at dersom x er en kausallov som gjelder i verdenen w så er x et utsagn og y en mulig verden. Dette kan virke forholdsvis plausibelt. Det andre ikke-logiske aksiomet, CL2, sier at dersom x er et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w er x et utsagn som er sant i verdenen w. Også dette synes temmelig uskyldig. Faktisk trenger vi ikke noen flere aksiomer som har med kausalitet å gjøre enn disse to. I tilknytning til begrepet om en kausalov definerer vi i §4 en rekke begreper. For det første sies et utsagn å være kausalnødvendig sant i verdenen w hvis og bare hvis utsagnet er implisert av konjunksjonen av alle de kausallovene som gjelder i verdenen w. Ved hjelp av dette begrepet om kausalnødvendig sannhet kan man så definere hva som menes med at et utsagn x er kausalt implisert av et annet utsagn y i en verden w. Dette vil si at det kondisjonalutsagnet som har y som antesedent og x som konsekvent er kausalnødvendig sant i verdenen w. Tilsvarende vil to utsagn x og y være kausalt ekvivalente hvis og bare hvis det bikondisjonalutsagnet som har utsagnet x som første komponent og utsagnet y som sin andre komponent er kausalnødvendig sant. Endelig kan man definere på en opplagt måte hva som menes med at en mengde med utsagn X impliserer kausalt et utsagn x i verdenen w og hva som menes med at at to utsagnsmengder er kausalt ekvivalente i verdenen w. Endelig nevnes det at vi viser at mengden av alle de utsagn som er kausalnødvendig sanne i verdenen w er lukket under logisk konsekvens og uendelig konjunksjon.

I tillegg til dette viser vi i §4 hvordan man ved hjelp av grunnbegrepene i TMF;c kan definere en alternativrelasjon "Verdenen w' er kausalt mulig med hensyn på verdenen w". Vi viser videre hvordan visse påstander som involverer predikatet "x er et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w" korresponderer med tilsvarende påstander om at den kausale alternativrelasjonen er henholdsvis refleksiv, symmetrisk og transitiv. Vi definerer også to operasjoner CNec: U → U og CPos: U→ U. Er x et utsagn er CNec(x) det utsagnet som sier at utsagnet x er kausalnødvendig sant. Alt ettersom hvilke krav man stiller til predikatet "CLov;w(x)" kan man vise at CNec er en T-operator, S4-operator eller S5-operator. Holder man seg utelukkende til de aksiomene vi har tatt med , nemlig CL1 og CL2, kan man ikke innenfor rammen av TMF;c vise mer enn at CNec har de egenskapene som stilles til modaloperatoren i et modallogisk system av typen T.

I §4.1 kommer vi til endel temaer som er mer sentrale når det gjelder temaet om forholdet mellom det fysiske og det mentale. I Rognes [7] drøftet vi den tese at dersom to verdener har den samme totale fysiske historie så har de også den samme mentale historie. Tesen kan mer formelt uttrykkes ved at EFys Inkl EMen. Vi skal, som i Rognes [7], kalle denne tesen for den sterke supervenienstesen. I denne paragrafen formulerer vi først en relativisering av denne tesen til mengden av alle de verdener som er kausalt mulige relativt til en gitt verden w. La oss forsøke å uttrykke dette litt mer presist. En verden w' sies å være kausalt mulig relativt til en verden w hvis og bare hvis alle de utsagn som representerer kausallover som gjelder i verdenen w er sanne i w'. Dette innebærer at w' er en verden der konjunksjonen av alle de kausallovene som gjelder i verdenen w er sann. Vi betegner mengden av alle de verdener som er kausalt mulige med hensyn på verdenen w med Q(w). I stedet for å betrakte tesen EFys Inkl EMen betrakter vi nå et mulig krav som kan stilles til en mulig verden w og som sier at ethvert par av verdener som er kausalt mulige med hensyn på verdenen w og som har den samme totale fysiske historie er slik at de også har den samme totale mentale historie. Formelt sett kan dette kravet til en verden w formuleres slik: Q(w)xQ(w)Ω EFys Inkl EMen. Vi skal kalle en verden w som oppfyller dette kravet for en verden w der det mentale er kausalt sett supervenient i forhold til det fysiske. Det er i og for seg opplagt at dersom den sterke supervenienstesen holder så har man at enhver logisk mulig verden w er en verden der det mentale er kausalt sett supervenient i forhold til det fysiske. Men det er altså bare om denne sterke tesen holder. Det er i og for seg ikke selvinnlysende. Det standpunkt at den sterke tesen ikke holder, mens derimot at visse verdener, for eksempel den aktuelle verden, er verdener der det mentale er kausalt sett supervenient i forhold til det fysiske er derfor et standpunkt som både kan og bør undersøkes.

I denne paragrafen, §4.1, viser vi at en rekke andre krav er ekvivalente med kravet om at det mentale er kausalt supervenient i relasjon til det fysiske. Vi viser for eksempel at en verden w oppfyller dette kravet er ekvivalent med den påstand at ethvert mentalt utsagn er kausalt ekvivalent i w med et eller annet eller annet fysisk utsagn. Vi viser også at det er ekvivalent med det følgende, noe mer kompliserte, krav som kan uttrykkes slik: For ethvert mentalt utsagn x som er sant i en eller annen verden w' som er kausalt mulig med hensyn på w finnes det et fysisk utsagn y som oppfyller følgende to betingelser: (i) y er sant i verdenen w' (ii) y impliserer kausalt x relativt til verdenen w. At disse tre kravene er ekvivalente er i og for seg ikke helt opplagt.

Anta w er en mulig verden. Dersom f og m er henholdsvis en total fysisk historie og en total mental historie som begge foreligger realisert i en eller annen verden som er kausalt mulig relativt til w sier vi at f og m er kausalt kompatible med hensyn på verdenen w. La oss kalle denne relasjonen for den kausale kompatibilitetsrelasjonen mellom det mentale og det fysiske relativt til verdenen w. La oss betegne den med G(w). Vi sier videre at en total fysisk historie kausalt sett er kompatibel med w hvis og bare hvis denne historien foreligger realisert i en eller annen verden som er kausalt mulig med hensyn på w. Tilsvarende sies en total mental historie å være kausalt kompatibel med verdenen w hvis og bare hvis den foreligger realisert i en verden som er kausalt mulig med hensyn på w.

I §4.1 viser vi at dersom w er en verden hvor det mentale er kausalt sett supervenient i forhold til det fysiske er relasjonen G(w) en funksjon. Vi viser også at det omvendte holder. At G(w) er en funksjon innebærer at dersom f er en total fysisk historie som er kausalt sett kompatibel med w finnes det en og bare en total mental historie m som er slik at f og m er kausalt kompatible med hensyn på verdenen w. Vi viser også at domenet til relasjonen G(w) er mengden av alle de totale fysiske historier som er kausalt kompatible med verdenen w. Dessuten blir det bevist at verdiområdet til G(w) er nøyaktig mengden av alle de totale mentale historier som er kausalt kompatible med w.

Så langt har vi gjort rede for resultater som viser hva det innebærer at en verden w oppfyller det kausale supervenienskravet. I §4.1 tar vi imidlertid også opp endel andre temaer som er relatert til kompatibiletsrelasjonen G(w). I denne forbindelse betrakter vi to andre krav eller betingelser som kan stilles til en verden w. Vi kaller disse to kravene for Bet1 og Bet2. La oss forsøke å gjøre rede for hva disse kravene går ut på.

Det kan da først være hensiktsmessig å forklare hva som menes med at en total fysisk historie f impliserer kausalt, relativt til verdenen w, en total mentalhistorie m. Vi stipulerer at dette skal holde hvis og bare hvis man har enhver verden som er kausalt mulig relativt til w og hvor totalhistorien f foreligger realisert er en verden hvor også totalhistorien m foreligger realisert. Denne definisjonen kan formuleres på flere forskjellige måter: La oss betegne det utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene hvor den fysiske totalhistorien f foreligger realisert med u(f). La oss videre betegne det utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene hvor den mentale totalhistorien m foreligger realisert med u(m). Da har vi at den fysisk totalhistorien f impliserer kausalt den mentale totalhistorien m relativt til w hvis og bare hvis utsagnet u(f) sammen med alle de kausallovene som gjelder i verdenen w logisk sett impliserer utsagnet u(m).

La oss nå vende tilbake til de to kravene Bet1 og Bet2. Den teorien vi nå har fiksert, TMF;c, sier ingenting om f.eks. hvor mange mentale totalhistorier det er som er kausalt sett kompatible med en verden w. Dette kan selvfølgelig variere fra verden til verden. Muligens er det ikke noe i veien for at det kan finnes en verden der mengden av totale mentale historier som er kompatible med den faktisk bare inneholder ett element. Har man imidlertid den faktiske virkelighet i tankene virker det rimelig å tro at denne mengden skulle være ganske rikholdig, dvs. at den burde være minst tellbart uendelig. Dette er det ene kravet som stilles for at en verden w skal oppfylle betingelsen Bet1. La oss kalle dette kravet for kardinalitetskravet om mentale totalhistorier. Det andre kravet som w må oppfylle er dette: Anta m er en vilkårlig mental totalhistorie som er kausalt kompatibel med w. Da skal mengden av alle de fysiske totalhistoriene som er kompatible med w og som samtidig kausalt impliserer m relativt til w også være tellbart uendelig. La oss kalle dette det sterke kardinalitetskravet for fysiske totalhistorier. Hvis altså en verden w oppfyller begge disse kravene oppfyller den kravet Bet1 og omvendt. Hva skal så til for at w skal oppfylle kravet Bet2? For det første må den den da oppfylle kardinalitetskravet for mentale historier. Dessuten må den oppfylle det følgende krav: La m være en vilkårlig mental totalhistorie som er kausalt kompatibel med w. Da skal mengden av alle de fysiske totalhistorier som er kausalt kompatible med m relativt til w være minst tellbart uendelig. La oss kalle dette det svake kardinalitetskravet for fysiske totalhistorier.

Studerer man disse definisjonene av Bet1 og Bet2 ser man temmelig raskt at Bet1 impliserer Bet2, men at det omvendte ikke er tilfelle. Vi gir et formelt bevis for dette i §4.1. I tillegg viser vi at de to betingelsene er ekvivalente gitt at w er en verden hvor det mentale er kausalt supervenient i forhold til det fysiske.
Dette innebærer at dersom w er en verden hvor det mentale er kausalt supervenient og Bet2 holder er w også en verden der Bet1 holder. Det omvendte gjelder ikke. Betingelsen Bet1 er svakere en konjunksjonen av supervenienskravet og kravet Bet2.

I §4.1 viser vi en rekke satser som belyser innholdet til betingelsen Bet1. For det første viser vi at dersom Bet1(w) holder vil enhver maksimalt konsistent mengde av mentale utsagn som er konsistent med de årsakslovene som gjelder i w være kausalt implisert av minst tellbart uendelig mange maksimalt konsistente mengder av rent fysiske utsagn som også er konsistente med de lover som gjelder w. For det andre viser vi at dersom Bet1(w) holder kan man slutte at ethvert mentalt utsagn som er kausalt kontingent relativt til verdenen w impliserer minst tellbart uendelig mange innbyrdes uavhengige rent fysiske utsagn som også er kausalt kontingente relativt til w. Videre vises det at Bet1(w) impliserer at ethvert mentalt utsagn som er kausalt kontingent relativt til w er implisert av uendelig mange rent fysiske utsagn som også er kausalt sett kontingente relativt til w.

Det siste teoremet som bevises i §4.1 har spesiell interesse. Teoremet sier at dersom w er en verden som oppfyller kravet Bet1 gjelder det følgende: Dersom x er et kontingent fysisk utsagn som er sant i w og som er kausalt implisert av et kontingent mentalt utsagn som er sant i w finnes det en uendelig sekvens av fysiske utsagn z1, z2, z3,... som oppfyller de følgende betingelser: (i) For det første er alle utsagnene sanne i verdenen w. (ii) For det andre gjelder det at hvert utsagn i rekken impliserer kausalt x og er kausalt implisert av det neste utsagnet i rekken. (iii) For det tredje er hvert utsagn i rekken kausalt sett inekvivalent med utsagnet x og dessuten inekvivalent med det etterfølgende utsagn i rekken. Dette innebærer at de diverse zi for i=1,2,3... utgjør en sekvens av kausalt sett stadig sterkere utsagn som alle impliserer utsagnet x.

Grunnen til at det er av interesse å ta opp dette resultat er at det har forbindelse med visse mer generelle teser som ofte trekkes inn i diskusjonen av hvorvidt mentale hendelser kan forårsake fysiske. Hvis man tenker seg mengden av hendelser inneholder to disjunkte ikke-tomme delmengder, nemlig mengden av fysiske hendelser og mengden av mentale hendelser hevdes det av og til at mengden av fysiske hendelser er lukket under under årsaksrelasjonen. Dette innebærer at dersom h er en fysisk hendelse og hendelsen h' er årsak til hendelsen h så må også h' være en fysisk hendelse. Dette er en temmelig sterk tese. Dersom ingen mentale hendelser er fysiske hendelser impliserer den at ingen mental hendelse kan være årsak til noen fysisk. Det virker derfor berettiget å si at tesen er uforenelig med en i streng forstand interaksjonistisk dualisme. En svakere tese, som muligens er mer plausibel, er å påstå at dersom en fysisk hendelse har en årsak må det alltid finnes en annen fysisk hendelse som forårsaker den. Denne tesen utelukker ikke at mentale hendelser kan forårsake fysiske. Men den impliser at dersom en mental hendelse forårsaker en fysisk hendelse h så må h i tillegg til denne mentale årsaken også alltid ha en fysisk årsak. I en viss analogi med denne siste tesen kan man formulere en tese som ikke direkte har med årsak å gjøre, men snarere med forklaring. Det er imidlertid ikke så lett å formulere denne tesen på en helt presis måte. La oss imidlertid gjøre et forsøk. La oss først gi en definisjon av hva vi akkurat her vil kalle en deduktiv-nomologisk forklaring. Vi skal si at *utsagnene i Δ representerer en deduktiv-nomologisk forklaring på hvorfor u er tilfelle i verdenen w* dersom og bare dersom de følgende betingelser er oppfylt: (i) w er en logisk mulig verden og u er et utsagn som er sant i verdenen w. Δ er en ikke-tom mengde av utsagn som alle er sanne i w. (ii) Konjunksjonen av utsagnene i Δ sammen med visse årsakslover L;1, ... ,L;n, ... (n ≥1) som gjelder i verdenen w impliserer logisk utsagnet u. (iii) Det er ikke slik at utsagnet u sammen med noe sett av kausallover som gjelder i verdenen w logisk impliserer konjunksjonen av utsagnene i Δ. (iv) Konjunksjonen av utsagnene i Δ alene impliserer ikke logisk utsagnet u.

Vi skal si at Δ representerer en ikke-fysikalistisk deduktiv-nomologisk forklaring på hvorfor u er tilfelle i verdenen w hvis og bare hvis Δ representerer en deduktiv-nomologisk forklaring på hvorfor u er tilfelle i verdenen w og konjunksjonen av utsagnene i Δ ikke er noe fysisk utsagn. Videre stipulerer vi at Δ gir en svakt fysikalistisk deduktiv-nomologisk forklaring på hvorfor u er tilfelle i verdenen w hvis og bare hvis Δ representerer en deduktivt nomologisk forklaring på hvorfor u er tilfelle i verdenen w og alle utsagnene i Δ er fysiske utsagn. Hvis man i dette siste tilfellet i tillegg bare behøver å trekke inn årsakslover som er rent fysiske utsagn skal vi snakke om at Δ representerer en rent fysikalistisk deduktiv-nomologisk forklaring på hvorfor u er tilfelle i verdenen w.

Den tesen vi nevnte at vi skulle formulere kan nå formuleres slik: Dersom y er et fysisk utsagn, w er en mulig verden og det finnes en utsagnsmengde Δ som representerer en ikke-fysikalistisk forklaring på hvorfor y er tilfelle i verdenen w, så finnes det alltid en utsagnsmengde Δ' som representerer rent fysikalistisk deduktiv-nomologisk forklaring på hvorfor y er tilfelle i denne verdenen w. Strengt tatt er dette ikke en tese, men et krav som kan stilles til en mulig verden w. Det er i og for seg intet i teorien TMF;c som gjør at man kan utlede at det finnes verdener som oppfyller dette kravet. Heller ikke er det noe i denne teori som tilsier at kravet ikke er oppfylt i noen verdener. Vi skal kalle en verden w som oppfyller dette kravet for *en verden der den fysiske virkelighet er eksplanatorisk sett autonom*.

Studerer man nærmere det siste teoremet i §4.1 ser man at det er relevant for dette autonomi-kravet. Man kan bruke dette teorem for å vise at visse varianter av dette krav kan utledes fra betingelsen Bet1.

I §4.2 avgrenser vi to utsagnsmengder UF;k(w) og UM;k(w) der w er en mulig verden. La oss gjøre rede for definisjonen av disse to utsagnsmengdene. Q(w) er som nevnt mengden av alle de verdener som er kausalt mulige med hensyn på w. Begrenser vi EFys til Q(w) vil denne begrensede relasjonen som vi betegner med EFys(Q(w)) være en ekvivalensrelasjon over Q(w) som inndeler Q(w) i et system av ekvivalensmengder EFys(Q(w))*. UF;k(w) er nå definert slik: Et utsagn u er nå med i UF;k(w) hvis og bare hvis det finnes en mengde av c av ekvivalensmengder inkludert i EFys(Q(w))* hvor UN(c) er ikke-tom og ikke identisk med Q(w) og hvor sannhetsmengden til u er identisk med UN(c). På tilsvarende vis kan vi begrense EMen til Q(w). Denne begrensede ekvivalensrelasjonen betegner vi med EMen(Q(w)). Tilsvarende er et utsagn u med i UM;k(w) hvis det finnes endelmengde d av EMen(Q(w))* der UN(d) er ikke-tom og strengt inkludert i Q(w) og hvor vi har at sannhetsmengden til u er identisk med UN(d).

Det er fem muligheter når det gjelder forholdet mellom UF;k(w) og UM;k(w) om vi antar at disse to mengdene er ikke-tomme. De to mengdene kan være identiske, UF;k(w) kan være strengt inkludert i UM;k(w) eller omvendt, de to mengdene kan overlappe og endelig kan de to mengdene være disjunkte.

Dersom et utsagn er kausalt mulig, men ikke kausalt nødvendig med hensyn på en verden w kaller vi det for kausalt kontingent relativt til w. I §4.2 beviser vi teoremer som angir nødvendig og tilstrekkelige betingelser for hver og en av disse fem mulighetene. For eksempel viser vi UM;k(w) er strengt inkludert i UF;k(w) hvis og bare hvis ethvert mentalt utsagn som er kausalt kontingent relativt til w er kausalt ekvivalent i w med et kausalt kontingent fysisk utsagn, og det dessuten er slik at det finnes kausalt kontingente fysiske utsagn som ikke er kausalt ekvivalente med noen mentale utsagn. Tilsvarende teoremer bevises i forbindelse med de andre mulighetene.

I tillegg viser vi mot slutten i §4.2 to andre satser som er av relevans for de temaer vi tar opp i §4.3. Den første satsen sier at dersom w er en mulig verden hvor det finnes utsagn som representerer kausallover som gjelder i w, så er de følgende to betingelser ekvivalente, nemlig: (i) ethvert utsagn som er kausalt ekvivalent i w med en kausallov som gjelder i w er selv en kausallov som gjelder i w, og (ii) Ethvert utsagn som er kausalnødvendig i w er selv et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i w.

Den andre satsen sier at dersom UM;k(w) er strengt inkludert i UF;k(w) så er ethvert utsagn u som er med i utsagnsmengden bestemt av U(EFys Ω EMen) kausalt ekvivalent i verdenen w med et rent fysisk utsagn.

Dersom en utsagnsmengde Δ gir en svakt fysikalistisk forklaring på hvorfor u er tilfelle i verdenen w kan man ikke uten videre slutte at Δ gir en rent fysisk deduktiv-nomologisk forklaring på hvorfor u er tilfelle i verdenen w. Man trenger en eller flere tilleggspremisser. I §4.3 betrakter vi en betingelse som tillater denne slutning. I tillegg har den en viss interesse i seg selv. Anta w er en mulig verden. Det betingelsen da sier er at mengden av alle de kausallover som gjelder i verdenen w er en konservativ utvidelse av alle de kausallovene som gjelder i verdenen w og som samtidig er rent fysiske lover. Dette kan formuleres mer presist slik: La oss kalle alle de rent fysiske utsagn som er kausallover som gjelder i verdenen w for de fysiske kausallovene som gjelder i verdenen w. Betingelsen er da at dersom et vilkårlig fysisk utsagn er en logisk konsekvens av de kausallovene som gjelder i verdenen w er det alltid en logisk konsekvens av de rent fysiske kausallovene som gjelder i verdenen w. Med andre ord kan man ikke utlede noen flere fysiske utsagn fra alle de kausallovene som gjelder i verdenen w enn dem man allerede kan utlede fra de rent fysiske kausallovene. En verden w som oppfyller dette kravet skal vi tillate oss å kalle *en fysisk-nomologisk konservativ verden*. I §4.3 studerer vi denne betingelsen nærmere. Hovedresultatet er et teorem som gir en alternativ karakteristikk av denne betingelsen.

I tillegg til dette viser vi ytterligere noen teoremer som relaterer kravet om streng logisk superveniens og kausal superveniens til kravet om fysisk-nomologisk konservativitet og det forhold at den fysiske virkelighet er eksplanatorisk autonom. Vi viser først at dersom w er en mulig verden der der det mentale er kausalt supervenient i forhold til det fysiske kan man utlede at denne verdenen er fysisk-nomologisk konservativ og at den fysiske virkelighet i w er eksplanatorisk autonom dersom man forutsetter at w oppfyller de følgende betingelser. Den første betingelsen er at det finnes kausallover som gjelder i w. Den andre forutsetningen er at ethvert utsagn som er kausalnødvendig i w er et utsagn som representerer en kausallov i w. Den tredje forutsetningen er at ethvert utsagn som representerer en kausallov i w er et utsagn som er med i mengden U(EFys ΩEMen). Disse betingelsene er tilstrekkelige. Det er intet som tilsier at de er nødvendige.

I tillegg til dette viser vi dersom det mentale er supervenient i forhold til det fysiske kan man utlede at det gjelder for enhver verden w at w er fysisk-nomologisk konservativ og at den fysiske virkelighet i w er eksplanatorisk autonom om man forutsetter at ethvert utsagn er med i U(EFys Ω EMen). Dette er de viktigste resultatene vi viser i denne paragrafen.

I §5 formulerer vi en svakere superveniens-betingelse enn den som ble nevnt ovenfor.

Anta w er en mulig verden. Anta f er den fysiske totalhistorien som foreligger realisert i denne verdenen. La f* betegne mengden av alle de mulige verdenene der denne totalhistorien foreligger realisert. Da vil selvfølgelig w være et element i f* og vi vil ha at f* er sannhetsmengden til et bestemt utsagn som vi betegner med u;F(w). Man kan si at u;F(w) er det utsagnet som gir en fullstendig beskrivelse av den fysiske totalhistorien som foreligger realisert i verdenen w. La nå u;M(w) være det utsagnet hvis sannhetsmengde er mengden av alle de verdener som har den samme mentale totalhistorie som w. Det er ikke opplagt at man fra u;F(w), samt konjunksjonen av alle de kausallovene som gjelder i w, kan slutte at u;M(w) holder. Men gjelder dette for en verden w skal vi si at verdenen w er en verden der det mentale er svakt supervenient, kausalt sett, i relasjon til det fysiske. Man ser at dersom w er en verden hvor det mentale er kausalt sett supervenient i relasjon til det fysiske i den betydning som ble fastlagt tidligere, vil w også være en verden der det mentale er svakt supervenient kausalt sett i relasjon til det fysiske. Men det omvendte holder selvfølgelig ikke. Man ser også ganske lett at denne svake superveniensbetingelsen kan uttrykkes ved den følgende formel:

(+) Q(w)ΩMg(w': EFys(w',w)) Inkl Mg(w': EMen(w',w))

I denne paragrafen undersøker vi denne betingelsen mer omhyggelig. For det første formulerer vi en rekke andre betingelser og viser at de er ekvivalente med (+). Dessuten formulerer vi en familie med tre andre betingelser som er sterkere og viser at også disse er ekvivalente. Dessuten undersøker vi hvordan disse betingelsene er relatert til den strengt universelle supervenienstesen som ble studert i Rognes [7]. Dette er hovedinnholdet i den første delen av denne paragrafen.

I den siste delen av paragrafen studerer vi ytterligere to betingelser som vi viser at impliserer det svake supervenienskravet. Den ene betingelsen har vi i og for seg allerede nevnt: En verden w oppfyller dette kravet hvis og bare hvis man har at ethvert mentalt utsagn er kausalt ekvivalent i verdenen w med et eller annet fysisk utsagn. Den andre betingelsen er sterkere. En verden w oppfyller denne hvis og bare hvis man har at det til enhver mulig mental hendelse m finnes en ikke-tom mengde med fysiske hendelser X slik at det utsagnet som beskriver m er kausalt ekvivalent i verdenen w med konjunksjonen av de utsagnene som beskriver de fysiske hendelsene i mengden X. Faktisk kan man vise at en verden som oppfyller dette kravet ikke bare oppfyller det svake supervenienskravet, men også det supervenienskravet som ble nevnt innledningsvis. Vi har nå gitt et sammendrag av de viktigste resultatene i dette arbeidet som har med kausalforhold mellom det mentale og det fysiske å gjøre.

Det gjenstår å gjøre rede for innholdet i §6.1 - §6.3. Vi skal gjøre dette ganske kort siden en mer utførlig redegjørelse for innholdet i disse paragrafene er gitt i §6. I §6.1 utvider vi språket til TMF;c med ytterligere et predikat, nemlig predikatet "hendelsen h er årsak til hendelsen h' i verdenen w". Vi bruker "C;w(h,h')" som forkortelse for denne konstruksjonen. Det viktigste vi gjør i denne paragrafen er å formulere en rekke grunnsetninger for dette predikatet som umiddelbart kan virke forholdsvis rimelige og som i noen grad kan fiksere betydningen til dette uttrykket. Det virker nærliggende å tenke seg at denne relasjonen er transitiv og irrefleksiv og at domenet til relasjonen er mengden av hendelser. Er h en hendelse kaller vi det utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene hvor h foreligger realisert for *utsagnet som beskriver h*. Vi sier at h representerer en partiell forklaring på hendelsen h' i verdenen w hvis og bare hvis utsagnet som beskriver h er et element i en utsagnsmengde som representerer en deduktiv-nomologisk forklaring i verdenen w på det utsagnet som beskriver h'. Et krav vi betrakter i forbindelse med årsaksrelasjonen er da at dersom h er årsak til h' i verdenen w har vi at h representerer en partiell forklaring på h' i verdenen w. Dette krav virker relativt rimelig.[2]

I §6.2 går vi et skritt videre og definerer hva som menes at en hendelse h er direkte årsak til en annen hendelse h' i verdenen w. Ifølge definisjonen som gis er dette tilfellet hvis og bare hvis h er årsak til h' i verdenen w og det ikke finnes noen hendelse h" slik at h er årsak til h" og h" er årsak til h'. I tillegg til de antagelsene som ble presentert i §6.1 betrakter vi i denne paragrafen ytterligere noen antagelser om årsaksrelasjonen som kan virke rimelige. Den første er at dersom h er årsak til h' i verdenen w finnes det alltid en sekvens av hendelser h0,h1,.....,h;n (n>=1) der h=h0, h'=h;n og hvor h;j er direkte årsak til h;(j+1) i w dersom j er slik at 0=<j < n. En annen antagelse er den følgende, nemlig at dersom to hendelser h' og h" er direkte årsak til en tredje h er h' og h" identiske. Vi viser at denne påstanden, i nærvær av de andre antagelsene om årsaksrelasjonen er ekvivalent med den påstand at dersom to distinkte hendelser h' og h" begge er årsak til hendelsen h er enten h' årsak til h" eller omvendt.

Et viktig problem i forbindelse med årsaksrelasjonen er spørsmålet om mentale hendelser kan være årsak til fysiske hendelser. I §6.2 viser vi at dersom vi krever at enhver fysisk hendelse som har en årsak er forårsaket direkte av en annen fysisk hendelse kan ikke mentale hendelser forårsake fysiske såsant de to hendelsesmengdene ikke har noen felles elementer. Man kan forøvrig vise at påstanden at dersom enhver fysisk hendelse som har en årsak er forårsaket direkte av en annen fysisk hendelse er ekvivalent med den påstand at mengden av fysiske hendelser er lukket under relasjonen 'forårsaket av'.

I §6.3 gjør vi hovedsakelig det følgende. Vi legger først visse krav på relasjonen "hendelsen h representerer en partiell forklaring på hendelsen h' i verdenen w" og definerer en ny relasjon. La oss kalle den nye relasjonen for ' streng partiell forklaring i w'. Dernest viser vi innenfor rammen av TMF;c at dersom man antar at det finnes visse hendelser h1- h4, der h1 og h4 er fysiske hendelser og h2 og h3 er mentale, og hvor hver hendelse i denne rekken, bortsett fra den siste, representerer en streng partiell forklaring i verdenen w på den neste finnes det en relasjon over mengden av alle hendelser som oppfyller alle de kravene vi stiller til årsaksrelasjonen og som dessuten er slik at visse fysiske hendelser forårsaker mentale i w og visse mentale hendelser forårsaker fysiske. Dette resultatet, og forskjellige varianter av det, er av en viss interesse fordi det representerer det nærmeste vi på det nåværende tidspunkt har kommet i retning av å gi et bevis for at TMF;c+ er konsistent dersom TMF;c er det.

Tilslutt nevner vi at §7 inneholder en oppsummering og avslutning på denne delen av vårt arbeid..

§1.1 Hendelsesteorien H. Endel grunnleggende antagelser. En foreløpig teoretiske ramme for diskusjonen.

Vi har tidligere definert egenskapsteorien E;3.[3] I denne paragrafen skal vi definere en teori som er en utvidelse av denne teorien. Denne nye teorien vil bli betegnet med H. Vi betegner med "L" det første-ordens språket vi får når språket til E;3 utvides med de følgende predikater:

(i) "h er en hendelse som finner sted ved tidspunktet t i verdenen w" - "Ev(h,t,w)"
(ii) "x er en mulig fysisk hendelse" - "Fys(x)"
(iii) "x er en mulig mental hendelse" - "Ment(x)"
(iv) "x er et tidspunkt" - "Tp(x)"

---

[2] Den nye teorien man får når TMF;c utvides med predikatet "C;w(h,h')" og man legger til de grunnsetningene vi har antydet betegner vi med TMF;c*. En presis definisjon gis i §6.1.

[3] Se Rognes [4]

(v) "tidspunktet x kommer før tidspunktet y" - "x<y"[4]

Språket L er språket til teorien H. La oss betegne teorien E;3 med språket utvidet til L med "E;3+". Teorien H fremkommer så fra E;3+ ved å legge til ytterligere noen formler i språket L, som inneholder predikatene (i) – (v), som nye ikke-logiske aksiomer. Det dreier seg om formlene EV2 – EV6, samt formelen TP1 nedenfor.

Før vi gjør rede for disse formlene, og utdyper innholdet i dem, vil vi imidlertid innføre noen definisjoner.

I språket L kan man formulere en lang rekke påstander om tidspunkter. Uttrykket "T" betegner mengden av tidspunkter. Vi setter altså per definisjon:

Definisjon 1.1.1 T = Mg(x: Tp(x))".

I det følgende vil vi vanligvis bruke "h", "h;1", "h;2",... etc. som variabeltegn for hendelser. Tilsvarende vil uttrykkene "t", "t'", "t''", "t;1", "t;2",... etc brukes som variabeltegn som tar tidspunkter som verdier. Vi definerer mengden av mulige hendelser, MHend, ved å sette:

Definisjon 1.1.2 MHend= Mg(h: (Ew)(Et)(wêI & têT & Ev(h,t,w))

Som man ser er mengden av mulige hendelser identisk med klassen av alle de hendelser som finner sted ved et eller annet tidspunkt i en eller annen logisk mulig verden.

La oss så nå først se på setninger i L som inngår som ikke-logiske aksiomer i teorien H. Vi ser da først på setninger som inneholder predikatet "Ev(h,t,w)".

Det følgende formel virker rimelig:

EV1: (Aw)(At)(wêI & têT → (Eh)(Ev(h,t,w)))

Som man ser uttrykker denne setningen at for enhver mulig verden w og ethvert tidspunkt t finnes det en hendelse h som finner sted ved tidspunktet t i verdenen w. Med andre ord er en hver logisk mulig verden en verden "hvor det skjer noe". Man kan diskutere dette. Det er kanskje ikke utelukket, metafysisk sett, at det skulle finnes verdener som er "tomme" for hendelser. Man kan imidlertid se på EV1 som et uttrykk for at vi her av bekvemlighetsgrunner begrenser oss til å betrakte bare mulige verdener hvor hendelser foreligger ved ethvert tidspunkt.

Man kunne betrakte en noe sterkere setning enn EV1 i vår sammenheng, nemlig den følgende, som sier at i enhver verden vil det ved ethvert tidspunkt finne sted en fysisk hendelse:

EV2: (Aw)(At)(wêI & têT → (Eh)(Fys(h) & Ev(h,t,w)))

Man ser lett at EV2 impliserer EV1. En annen setning, av nærmest triviell karakter, som kan nevnes i forbindelse med predikatet Ev, er denne:

EV3: Ev(h,t,w) → (têT & wêI)

Det skulle ikke være nødvendig å kommentere denne nærmere. Er h en hendelse som finner sted ved tidspunktet t i verdenen w virker det opplagt at t må være et tidspunkt og w en logisk mulig verden. Strengt tatt er man ikke forsikret om at mengden av mulige hendelser eksisterer som en mengde i det kumulative hierarki om man bare legger til EV1 - EV3 som nye ikke logiske aksiomer. Det kan derfor være naturlig å ta i betraktning den følgende setning som sier at Mg(h: Ev(h,x,t)) faktisk er en mengde om t er et tidspunkt og w en logisk mulig verden. I tillegg er det også rimelig å kreve at T er en mengde som eksisterer:

---

[4] Som man ser er predikatene (i) – (v) de samme som predikatene (2) – (6) som ble nevnt i innledningen, §1.

EV4: (At)(Aw)(têT & wêI → M(Mg(h: Ev(h,t,w))))
EV5: M(Mg(x: Tp(x))

Med tidsområdet til en hendelse h i verdenen w forstås her mengden av alle de tidspunkter t hvor hendelsen h foreligger i verdenen w. Vi bruker "Td;w(h)" som forkortelse for uttrykket "Tidsområdet til hendelsen h i verdenen w" og gir den følgende definisjon:

Definisjon: Td;w(h) = Mg(t: têT & Ev(h,t,w))

Før vi går videre nevner vi også en siste formel som vi skal inkludere som ikke-logisk akisiom i teorien H, nemlig:

EV6 Ev(h,t1,w1) & Ev(h,t2,w2) → Td;w1(h) = Td;w2(h)

Vi vil gi en mer detaljert redegjørelse for denne formelen i §3.

Vi har også behov for å avgrense mengden av alle de mulige hendelser hvis tidsområde bare har et øyeblikks utstrekning i tid, altså alle de mulige hendelsene som om de finner sted i en verden alltid finner sted ved nøyaktig ett tidspunkt og hvor dette er det samme i alle de verdener der de faktisk finner sted. Vi skal kalle dette for momentane hendelser. Vi definerer dette begrepet eksplisitt på den følgende måte:

Definisjon: HMom(h) ↔. MHend(h) & (Et0)(t0êT &
(Aw)(At)(EV(h,t,w) → t=t0))

Når det gjelder predikatene som har med tid å gjøre, skal vi anta at før-relasjonen over mengden av tidspunkter er en lineær ordning som er tett og kontinuerlig. I tillegg antar vi at det til ethvert tidspunkt alltid finnes et tidspunkt som kommer etter og et som kommer før. Disse setningene er implisert av den følgende formel som uttrykker at strukturene <T,< > og <Reell, < > er isomorfe:

TP1 (Ef)(f: Reell -(1-1,på)→T &
(Ax)(Ay)(x,yêReell → (x<y ↔ f(x)<f(y))))

Vi kan nå gi en presis definisjon av hendelsesteorien H. H er den første-ordens teorien som fremkommer som resultat når språket til egenskapsteorien E;3 utvides til L og man legger til formlene EV2 – EV6, samt TP1, som nye ikke-logiske aksiomer.

§2 Ekvivalensrelasjoner over mengden av mulige verdener.

Siden vi har innført begrepet hendelse er det mulig innenfor den rammen vi har trukket opp å definere et rimelig begrep "historisk ekvivalens" mellom mulige verdener.

To verdener w1,w2 sies å være historisk sett sammenfallende ved tidspunktet t hvis og bare hvis nøyaktig de samme momentane hendelsene finner sted ved tidspunktet t i verdenene w1 og w2. Vi betegner denne relasjonen med "HIns;t(w1,w2)". Den defineres fomelt slik:

Definisjon 2.1 HIns;t(w1,w2) ↔. têT & w1,w2êI &
(Ah)(HMom(h) → (Ev(h,t,w1) ↔ Ev(h,t,w2)))

Det skulle ikke være vanskelig å se at denne relasjonen HIns;t er en ekvivalensrelasjon over mengden I av logisk mulige verdener. Med et tidsområde forstås i det følgende en hvilken som helst mengde av tidspunkter. To mulige verdener w1,w2 sies å være historisk sett sammenfallende over tidsområdet X hvis og bare hvis man har at de er historisk sett sammenfallende ved ethvert tidspunkt som er med i X. Bruker man "HEkv;X(w1,w2)" som forkortelse for uttrykket "verdenene w1 og w2 er historisk sett sammenfallende over tidsområdet X" er det naturlig å foreslå den følgende definisjon:

Definisjon 2.2 HEkv;X(w1,w2) ↔. XêPt(T) & w1,w2êI &
(At)(têX → HIns;t(w1,w2))

Fra disse to definisjonene ser man at man naturligvis har at HIns;t(w1,w2) hvis og bare hvis HEkv;{t}(w1,w2) om têT og w1 og w2 er logisk mulige verdener. Det skulle også være klart at relasjonen HEkv;X er en ekvivalensrelasjon over I for ethvert tidsområde X.

Begrenser vi oss i definisjonene ovenfor til fysiske hendelser får man to andre ekvivalensrelasjoner over mengden av de mulige verdenene. To verdener w1,w2 sies å være fysisk sett insidente (sammenfallende) ved tidspunktet t hvis og bare hvis nøyaktig de samme momentane fysiske hendelsene finner sted ved tidspunktet t i verdenene w1 og w2:

Definisjon 2.3 FIns;t(w1,w2) ↔. têT & w1,w2êI &
(Ah)(Fys(h) & HMom(h). → (Ev(h,t,w1) ↔ Ev(h,t,w2)))

Tilsvarende sies to verdener w1 og w2 å være fysisk sett sammenfallende over tidsområdet X, i symboler FEkv;X(w1,w2), hvis og bare hvis disse verdenene er fysisk insidente ved hvert tidspunkt i tidsområdet X:

Definisjon 2.4 FEkv;X(w1,w2) ↔. XêPt(T) & w1,w2êI &
(At)(têX → FIns;t(w1,w2))

Igjen skulle det være nokså åpenbart at de to relasjonene som her har blitt definert, FIns;t og FEkv;X er ekvivalensrelasjoner over I

Det er selvfølgelig mulig å gi helt analoge definisjoner som har med mentale hendelser å gjøre: To verdener w1,w2 sies å være mentalt sett insidente (sammenfallende) ved tidspunktet t hvis og bare hvis nøyaktig de samme momentane mentale hendelsene finner sted ved tidspunktet t i verdenene w1 og w2:

Definisjon 2.3 MIns;t(w1,w2) ↔. têT & w1,w2êI &
(Ah)(Ment(h) & HMom(h) .→
(Ev(h,t,w1) ↔ Ev(h,t,w2)))

Tilsvarende sies to verdener w1 og w2 å være mentalt sett sammenfallende over tidsområdet X, i symboler MEkv;X(w1,w2) hvis og bare hvis disse verdenene er fysisk insidente ved hvert tidspunkt i tidsområdet X:

Definisjon 2.4 MEkv;X(w1,w2) ↔. XêPt(T) & w1,w2êI &
(At)(têX → MIns;t(w1,w2))

Også disse to relasjonene, MIns;t og MEkv;X er ekvivalensrelasjoner over I.

Anta R er en ekvivalensrelasjon over mengden av mulige verdener I. Man har da at R inndeler I i en viss mengde av ikke-tomme og innbyrdes disjunkte ekvivalensmengder som samlet uttømmer I. Mengden av de ekvivalensmengdene som bestemmes av en ekvivalensrelasjon R over I betegner vi med R*. Enhver slik ekvivalensmengde a er en mengde med mulige verdener og vil derfor være sannhetsmengden til et utsagn s;-1(a). Videre vil enhver mengde b av slike ekvivalensmengder entydig bestemme et utsagn b', nemlig det utsagnet som er unionen av de diverse s;-1(a) ettersom a gjennomløper b. For hvert element bêPt(R*) vil man derfor ha at UNu(Mg(s;-1(x): xêb)) er et utsagn. Mengden av alle disse utsagn som er bestemt av R betegner vi med U(R). Mengden kan formelt defineres slik:

Definisjon 2.5
(a) R* = Mg(Mg(w': <w,w'>êR): wêI)
(b) U(R) = Mg(u: uêU & (Ex)(xêPt(R*) & μ(u) = UN(x)))

Siden de relasjonene som vi har definert ovenfor, HIns;t, HEkv;X, FIns;t, FEkv;X, MIns;t og MEkv;X er ekvivalensrelasjoner følger det at U(HIns;t), U(HEkv;X), osv. er tilsvarende utsagnsmengder. Vi må selvfølgelig forutsette at têT og at X er et tidsområde.

§3 Noen begreper i forbindelse med hendelser.

Vi har ovenfor innført predikatet "h er en hendelse som finner sted ved tidspunktet t i verdenen w". I forbindelse med hendelser definerte vi hva som mentes med tidsområdet til en hendelse h i verdenen w. Dette ble betegnet med "Td;w(h)". I prinsippet er det ikke noe i veien for at de tidspunktene som inngår i tidsområdet til en hendelse kan ligge spredt utover hele tidslinjen. De behøver ikke nødvendigvis utgjøre et veldefinert intervall. Hvis tidsområdet til en hendelse h i en verden w har en øvre og en nedre grense sies hendelsen å være tidsmessig avgrenset i verdenen w. I det følgende vil vi, om ikke annet sies, hovedsakelig begrense oss til å betrakte hendelser som er tidsmessig begrenset i denne forstand. Enhver oventil begrenset mengde med reelle tall har en minste øvre grense. Tilsvarende har enhver nedentil begrenset mengde av reelle tall en største nedre grense. I lys av TP1 gjelder det samme for mengder av tidspunkter som er oventil og nedentil begrenset. Er X en mengde med tidspunkter som har en øvre grense betegner vi den minste øvre grensen til X med "lub(X)". ("lub" - "least upper bound") Er X nedentil begrenset betegner vi den største nedre grensen til X med "glb(X)" ("glb" - "greatest lower bound").

Er h1 og h2 to tidsmessig avgrensede hendelser sier vi at hendelsen h1 avsluttes før hendelsen h2 i verdenen w hvis og bare hvis

lub(Td;w(h1))< lub(Td;w(h2))

Tilsvarende sier vi at hendelsen h1 begynner før hendelsen h2 i verdenen w hvis og bare hvis glb(Td;w(h1))< glb(Td;w(h2)).

To tidsmessig begrensede handlinger h1 og h2 avsluttes samtidig i verdenen w hvis og bare hvis lub(Td;w(h1))= lub(Td;w(h2)). De begynner samtidig i verdenen w hvis og bare hvis glb(Td;w(h1)) = glb(Td;w(h2)).

Selvom en hendelse h er tidsmessig avgrenset i verdenen w er det intet, om vi holder oss til den teorien som vi har spesifisert, som tilsier at tidsområdet til hendelsen er et intervall. Man kan for eksempel ikke slutte at det må finnes to tidspunkter t1 og t2, der t1<t2 slik at man har Td;w(h) = Mg(t: têT & t1<t & t<t2).

Anta h er en mulig hendelse. Man kan da betrakte mengden av alle de mulige verdener w hvor det er slik at hendelsen h finner sted ved tidspunktet t, med andre ord kan man betrakte Mg(w: wêI & Ev(h,t,w)). Dette vil være sannhetsmengden til et utsagn. Vi betegner dette utsagnet med β(h,t). Formelt kan uttrykket "β(h,t)" defineres slik:

Definisjon 3.1 β(h,t) = s;-1(Mg(w: wêI & Ev(h,t,w)))

Anta h er en hendelse som finner sted ved et eller annet tidspunkt i verdenen w. Da skal vi betegne konjunksjonen av de diverse utsagnene β(h,t) for de t som er med i tidsområdet til h i verdenen w med β+(h,w). Formelt kan dette siste uttrykket defineres slik:

Definisjon 3.2 β+(h,w) = SNu(Mg(β(h,t): têTd;w(h)))

Når det gjelder uttrykket "β+(h,w)" skal vi tillate oss å lese dette slik: "det utsagnet som i verdenen w beskriver hendelsen h". Vi vil også av og til lese det slik: "det utsagnet som sier at hendelsen h foreligger realisert i verdenen w".

Det skulle være nokså lett å se at man har at utsagnet β+(h,w) alltid er sant i verdenen w. Man har altså at det følgende holder:

(Aw)(wêI & MHend(h). → True(w,β+(h,w)))

I forbindelse med denne definisjonen ønsker vi å drøfte en bestemt mulighet. Slik vi har innført hendelsesbegrepet er det intet som forhindrer at en og samme hendelse kan ha forskjellige tidsområder i forskjellige mulige verdener. Det kan være av interesse å se på den klassen av hendelser som har det samme tidsområde i alle mulige verdener hvor tidsområdet er ikke-tom. En slik hendelse skal vi kalle for en "rigid hendelse". Vi bruker "Rig(h)" som forkortelse for "h er en rigid hendelse" og definierer dette predikatet slik:

Definisjon 3.3 Rig(h) ↔ MHend(h) &
(Ea)(aêPt(T)&¬(a=ø) & (Aw)(Td;w(h)≠ø → Td;w(h)=a))

Fra definisjonen fremgår det at en rigid hendelse er en hendelse som oppfyller de følgende krav: For det første er det en mulig hendelse. For det andre finnes det en ikke-tom mengde a av tidspunkter som er slik at i enhver verden hvor tidsområdet til hendelsen er ikke-tomt så er dette tidsområdet identisk med a.

Det er ikke opplagt at man ikke bør kreve at enhver hendelse er rigid i denne forstand. Det følgende aksiom, som vi ikke har nevnt så langt, impliserer dette:

EV6 Ev(h,t1,w1) & Ev(h,t2,w2) → Td;w1(h) = Td;w2(h)

Som man ser uttrykker denne setningen at dersom h er en hendelse som finner sted ved tidspunktet t1 i verdenen w1 og ved tidspunktet t2 i verdenen w2 så er tidsområdet til denne hendelsen h det samme i verdenene w1 og w2.

Vi har at den følgende sats holder om man aksepterer dette aksiomet som vi ikke offisielt inkluderer blandt aksiomene i den teoretiske rammen vi arbeider med her:

Teorem 3.1 EV6 & MHend(h) → Rig(h)

Bevis: Anta (1) EV6 & MHend(h). Fra den siste konjunkten følger at det finnes w og t der man har: (2) wêI & têT & Ev(h,t,w). Vi setter per definisjon:
(3) a= Td;w(h). Man har da åpenbart at a Inkl T, og derfor at: (4) M(a). Det følger fra (2) og definisjonen av "Td;w(h)" at têTd;w(h), og defor at têa. Man kan følgelig slutte at
(5) a≠ø. I lys av (4) og (5) ser man at det vil være tilstrekkelig å bevise:
(Aw)(Td;w(h)≠ø → Td;w(h)=a). Anta derfor for vilkårlig w' at (6) Td;w'(h) ≠ ø. Da følger at det finnes t' slik at (7) Ev(h,t',w'). Fra dette, (2) og EV6 følger
Td;w(h) = Td;w'(h). I lys av (3) har man da Td;w'(h)=a som er det vi ønsker. Dette avslutter beviset. **QED.**

Vi innførte funksjonen β+ ovenfor. Det kan være av interesse å se på en relatert funksjon, β°. Denne funksjonen er definert på følgende vis:

Definisjon 3.4 β°(h) = SNu(Mg(β(h,t) : (Ew)(wêI & têTd;w(h))))

Den følgende sats viser hvordan sammenhengen er mellom β+ og β° om man antar at EV6 holder:

Teorem 3.2 Anta EV6 holder. Da gjelder:
(a) (Et)Ev(h,t,w) → β+(h,w) = β°(h)
(b) ¬(Et)Ev(h,t,w) & wêI . → β+(h,w) = μ;-1(I) = t

Bevis: Anta EV6 holder.
Ad (a): Anta Ev(h,t,w) for noe t. Vi har om w' er et vilkårlig element i I:
(1) w'êμ(β+(h,w)) ↔ w'êμ(SNu(Mg(β(h,t) : têTd;w(h))))
↔ w'êI & (At)(têTd;w(h) → w' ⊨ β(h,t))
↔ w'êI & (At)(têTd;w(h) → Ev(h,t,w'))

Vi må vise at w'êμ(β+(h,w)) ↔ w'êμ(β°(h)). Vi har i lys av definisjonen av β°:
(2) w'êμ(β°(h)) ↔
w'êI & (At)((Ew)(wêI & têTd;w(h)). →Ev(h,t,w'))
Det er altså tilstrekkelig å vise at den siste komponenten i (1) er ekvivalent med høyre side i (2). Man ser lett at høyre side i (2) impliserer høyre side i (1). Anta på den annen side at høyre side i (1) holder. Anta for vilkårlig t" at (Ew)(wêI & t"êTd;w(h)). Da følger at det må finnes noe w" slik at w"êI og der (3) t"êTd;w"(h). Fra dette og definisjonen av operasjonen Td følger Ev(h,t",w"). Fra dette og Ev(h,t,w) følger ved hjelp av EV6 at Td;w(h) = Td;w"(h). Vi har derfor i lys av (3) at t"êTd;w(h). Sammen med høyre side i (1) impliserer dette Ev(h,t",w) som er det vi ønsker. Man ser nå at vi har vist
w'êμ(β+(h,w)) ↔ w'êμ(β°(h)). Dette avslutter beviset for punkt (a).

Ad (b): Anta (1) ¬(Et)Ev(h,t,w) & wêI. Anta for vilkårlig w' at w'êµ(β+(h,w)).[5] Da har man ved hjelp av definisjonen av β+ at w'êI. Dette viser at µ(β+(h,w)) Inkl I. Anta på den annen side for vilkårlig w' at w'êI . I lys av (1) følger da (At)(Ev(h,t,w) → Ev(h,t,w')), siden antesedenten nå blir "tomt sann". Det følger at w'êI& (At)(Ev(h,t,w) → Ev(h,t,w')). Fra dette og definisjonen av β+ følger w'êµ(β+(h,w)). Dette viser at punkt (b) holder.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED.**

Teorem 3.3 (Et)(Ew)Ev(h,t,w) & ¬(Et)Ev(h,t,w) . → ¬(wêµ(β°(h)))

Bevis: Anta (1) (Et)(Ew)Ev(h,t,w) & ¬(Et)Ev(h,t,w) og anta for reduktio at absurdum at (2) wêµ(β°(h)). Fra (2) og definisjonen av β° følger:

(3) (At)((Ew)(wêI & têTd;w(h)). → Ev(h,t,w)). Fra (1) følger eksistensen av t0 og w0 slik at Ev(h,t0,w0) & w0êI. Herav følger ved hjelp av definisjonen av Td at w0êI & t0êTd;w0(h). Herav: (Ew)(wêI & t0êTd;w(h)). Fra dette og (3) kan man slutte: Ev(h,t0,w). Men dette strider åpenbart mot den andre konjunkten i (1).
QED.

§3.1 Fysiske og mentale hendelser definert innenfor rammen av TMF

I §1.1 introduserte vi teorien H. Nå har man at alle de primitive predikatene i H, bortsett fra "Ev(h,t,w)", "Fys(h)" og Ment(h)", er blandt de primitive predikatene i teorien TMF. Videre har man at alle de ikke-logiske aksiomene i H, bortsett fra aksiomene EV1 - EV6, inngår blandt, eller kan utledes fra, de ikke-logiske aksiomene i TMF. Det vi vil gjøre i dette avsnittet er å vise hvordan predikatene "Ev(h,t,w)", "Fys(h)" og "Ment(h)" kan defineres ved hjelp av de primitive predikatene i TMF. Dernest vil vi vise at EV1 - EV6 kan utledes i TMF på basis av disse definisjonene.

I forbindelse med predikatene "Ev(h,t,w)", "Fys(h)" og "Ment(h)" definerte vi også en rekke andre begreper. La oss minne om de viktigste. For det første definerte vi hva som menes med en momentan hendelse. Dessuten definerte vi i §2 en rekke ekvivalensrelasjoner over mengden av mulige verdener. Det dreide seg for det første om historisk sammenfall mellom to verdener ved et tidspunkt t. Ved hjelp av dette begrepet definerte vi så hva som menes med at to verdener historisk sett falle sammen ved alle tidspunktene i en mengde X. De to relasjonene ble betegnet med henholdsvis "HIns;t(w,w')" og "HEkv;X(w,w')". I tillegg til dette definerte vi hva som menes med at to verdener fysisk sett faller sammen ved et tidspunkt t, og hva som menes med at to verdener fysisk sett faller sammen ved alle tidspunktene i et tidsområde X. Disse to relasjonene ble betegnet med henholdsvis "FIns;t(w,w')" og "FEkv;X(w,w')". Endelig introduserte vi relasjonene MIns;t(w,w') og MEkv;X(w,w'). Den første innebærer at verdenene w og w' mentalt sett faller sammen ved tidspunktet t, den andre at verdenene w og w' mentalt sett faller sammen ved alle tidspunktene i mengden X.

I dette avsnittet ønsker vi å vise hvordan alle begrepene vi har nevnt ovenfor kan defineres innenfor rammen av TMF. I tillegg til dette vil vi, som nevnt, vise hvordan man på grunnlag av de definisjonene vi gir, og aksiomene i TMF, kan utlede EV1 - EV6. Dessuten skal vi vise at eksvivalensrelasjonene som vi har nevnt ovenfor sammenfaller med tilsvarende relasjoner vi har definert i Del II. Spesielt skal vi vise at relasjonen FEkv;X er identisk med EFys om X er mengden av alle tidspunkter, og at MEkv;X er identisk med EMen under den samme forutsetning.

[5] Vi minner i denne forbindelse om at SNu(α) er definert slik:
SNu(α) = µ;-1(Mg(w : wêI & (Ax)(xêα → wêx)))

Siden vi ønsker å definere hva som menes med at en hendelse h inntreffer ved tidspunktet t i verdenen w er det naturlig å ta utgangspunkt i de hendelsesbegrepene vi innførte i Del II. Som man husker innførte vi der begrepet 'egenskapsstruktur'. I forbindelse med en egenskapsstruktur S= <A,D,T> innførte vi en rekke forskjellige hendelsesbegreper. For det første nevnte vi positive og negative elementærhendelser over en slik struktur S. En positiv elementærhendelse over S identifiserte vi med et tuple <1, f, <x,t>> der f var en egenskap hentet fra A og <x,t> var et element i DxT. En negativ elementærhendelse ble definert på samme vis bortsett fra at den første komponenten i dette tilfelle var tallet 0. En negativ elementærhendelse over en egenskapsstruktur S=<A,D,T> er altså et tuple <0,f,<x,t>> der fêA og <x,t>êDxT. Elementærhendelsene over S definerte vi som foreningsmengden av de positive og de negative elementærhendelsene over S. En sammensatt hendelse over en egenskapsstruktur S var, som man sikkert husker, en ikke-tom mengde av elemntærhendelser over S.

Poenget i denne forbindelse er at vi innførte tre egenskapsstrukturer i Del II, nemlig den fysiske egenskapsstrukturen S;f, den mentale egenskapsstrukturen S;m og den intensjonale egenskapsstrukturen S;i. Den fysiske egenskapsstrukturen S;f ble definert som tuplet <{E;f}, Reell^3xD;p, T> der E;f var den egenskapen som et par <z,x> har ved tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis z er det reelle talltriplet som representerer posisjonen til den fysiske partikkelen x ved tidspunktet t i verdenen w. Tilsvarende var S;m egenskapsstrukturen   <{E;m},SxP,t>. Merk at S er mengden av alle logisk mulige momentane bevissthetsinntrykk og at P er mengden av personer. Et par <z,x> har egenskapen E;m i verdenen w ved tidspunktet t hvis og bare hvis z er det momentane bevissthetsinntrykket som fremtrer for personen x ved tidspunktet t i verdenen w.

Endelig var S;i strukturen <Q,UxP,T> der Q var en mengde med det vi kalte intensjonale intensjonale egenskaper. En av disse var for eksempel Tror_at;e. Et par <u,t> har denne egenskapen ved tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis u er et utsagn som beskriver et forhold personen x tror ved tidspunktet t at foreligger i verdenen w.

Det ville nå være rimelig å definere generelt mengden av elementærhendelser som unionen av mengden av elementærhendelser over henholdsvis S;f, S;m og S;i. Man kunne så definere mengden av hendelser som enhver ikke-tom mengde med elementærhendelser. Det er imidlertid noe som bør bemerkes i denne forbindelse. Saken er den at vi ikke uten videre kan gå ut fra at de forskjellige mengdene av elementærhendelser som er knyttet til egenskapsstrukturene S;f, S;m og S;i ikke innholder noen felles elementær. Uttrykt på en annen måte har vi ikke uten videre noen garanti for at ElemH(S;f), ElemH(S;m) og ElemH(S;i) ikke overlapper hverandre. Dette kan i det minste ikke bevises på basis av de grunnsetningene vi har tatt med i TMF. Det viser seg imidlertid at man innenfor rammen av TMF kan vise at en tilstrekkelig betingelse for at de tre nevnte hendelsesmengdene er disjunkte er at mengdene S, Reell^3 og U er disjunkte. Med andre ord er det tilstrekkelig å anta at mengden av logisk mulige momentane bevissthetsinntrykk, mengden av reelle talltripler og mengden av utsagn ikke overlapper hverandre.

Vi oppfører dette som en egen sats og gir et bevis for den:

Teorem 3.1.1   Anta mengdene S, Reell^3 og U ikke har noen felles elementer. Da har heller ikke ElemH(S;f), ElemH(S;m) og ElemH(S;i) noen felles elementer.

Bevis: Anta forutsetningene i satsen holder. (a) Vi skal først vise at ElemH(S;f)ΩElemH(S;m)=ø. Anta derfor for reduktio ad absurdum at det finnes noe h slik at   (1) hêElemH(S;f) og (2) hêElemH(S;m). Fra (1) følger at det må finnes pê{0,1},x og t slik at (3) h=<p, E;f,<x,t>> der   (4) xêReell^3xD;p og têT. Siden xêReell^3xD;p har vi at det må finnes visse entiteter a,b der (5) x= <a,b> & aêReell^3 & bêD;p.

Tilsvarende har vi fra (2) at det må finnes entiteter p'ê{0,1}, x' og t' slik at (6) h= <p', E;m, <x',t'>> og der x'êSxP & t'êT. Fra det at x'êSxP følger at det må finnes a',b' der vi har (7) x'=<a',b'> & a'êS & b'êP. Fra (3), (5), (6) og (7) følger:

(8) <p,E;f, <<a,b>,t>> = <p', E;m,<<a',b'>,t'>>

Det følger fra dette at <<a,b>,t> = <<a',b'>,t'> og derfor at <a,b>=<a',b'>. Herav har vi så: a=a'. Men ifølge (5) og (7) har vi da aêReell^3& aêS. Men da følger Reell^3ΩS≠ø som er umulig ifølge forutsetningen. (b) Man viser at ElemH(S;f)ΩElemH(S;i) =ø og ElemH(S;m)ΩElemH(S;i) =ø holder på samme måte som under punkt(a). Det skulle være unødvendig å gå i detaljer. **QED**.

Vi definerer nå mengden av elementærhendelser ElemH som unionen av ElemH(S;f), ElemH(S;m) og ElemH(S;i). Formelt sett kan definisjonen formuleres slik:

Definisjon 3.1.1: ElemH = ElemH(S;f) U ElemH(S;m) U ElemH(S;i)

Det vi i det følgende skal kalle de sammensatte hendelsene over ElemH er rett og slett mengden av ikke-tomme delmengder av ElemH, med andre ord Pt(ElemH)-{ø}. Vi skal betegne denne mengden med Hend og kalle den for klassen av hendelser:

Definisjon 3.1.2: Hend = Pt(ElemH) - {ø}

Merk at vi naturligvis ikke kan si at elementærhendelsene er hendelser om vi holder oss til denne definisjonen. Men det er en en-entydig korrespondanse mellom elementærhendelsene og en delmengde av mengden av hendelser. Vi har jo at dersom e er en elementærhendelse vil enhetsmengden som har e som eneste element, ie. {e} være en hendelse. Vi har derfor selvfølgelig at Mg({e}: eêElemH) Inkl Hend. Uoffisielt skal vi derfor tillate oss å omtale elementærhendelsene som en delmengde av hendelsene.

La oss også bemerke følgende. Vi har i Del II definert hva som menes med Real(h,w), at hendelsen h foreligger realisert i verdenen w, når h er en elementærhendelse, sammensatt hendelse eller en hendelse i vid forstand over en egenskapsstruktur S. Dette fortsetter å gi mening om h er en hendelse i mengden Hend slik denne mengden er definert ved Definisjon 3.1.2

En elementærhendelse er et triple <p,f,<x,t>> hvor f er en egenskap , p et tall som enten er enten 0 eller 1 alt ettersom h er en positiv eller negativ hendelse ,og hvor x og t henholdsvis er et objekt og t et tidspunkt. Er nå a et n-tuple bruker vi uttrykket π;j(a) for å betegne den j'te komponenten i a. Er derfor h en elementærhendelse vil π;3(h) være et par og π;2(π;3(a)) den andre komponenten i dette paret. Man ser umiddelbart fra de definisjonene vi har gitt at dette impliserer at dersom h er en elementærhendelse vil π;2(π;3(h)) være et tidspunkt. Man har altså: (Ah)(hêElemH → π;2(π;3(h))êT).

Anta h er en hendelse, ie. et element i Hend. Med tidsområdet til h, τ(h), mener vi Mg(π;2(π;3(x)) : xêh). Man ser lett at dersom hêHend har man at ø≠τ(h) Inkl T. τ(h) er altså en ikke-tom mengde med tidspunkter. Vi gir den følgende definisjon:

Definisjon 3.1.3: Er hêHend setter vi:
τ(h) = Mg(π;2(π;3(x)) : xêh)

Etter disse forberedelsene kan vi nå endelig gi den definisjonen av predikatet "Ev(h,t,w)" som vi nevnte tidligere, samt presise definisjoner av "Fys(h)" og "Ment(h)". De to sistnevnte leses henholdsvis "h er en mulig fysisk hendelse" og "h er en mulig mental hendelse". Vi setter:

Definisjon 3.1.4:

(i) Ev(h,t,w) ↔ hêHend & Real(h,w) & têτ(h)
(ii) Fys(h) ↔ hê(Pt(ElemH(S;f)) - {ø})
(iii) Ment(h) ↔ hê(Pt(ElemH(S;m)) - {ø})

Man ser altså at definisjonen stipulerer at h er en hendelse som foreligger ved tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis h er en hendelse som foreligger realisert i verdenen w og tidspunktet t er med i tidsområdet til h, τ(h). Videre ser man at vi definerer en fysisk hendelse som enhver ikke-tom delmengde av mengden av elementærhendelser over S;f. Tilsvarende defineres det at h er en mental hendelse, Ment(h), ved at h er en ikke-tom delmengde av mengden av elementærhendelser over S;m.

Det er nå mulig å vise at formlene EV1 - EV6 kan utledes i TMF om man benytter seg av definisjonene vi har gitt ovenfor. Det vil bli bevist nedenfor. Det vi først vil ta sikte på å bevise er at de ekvivalensrelasjonene vi har innført i §2, nemlig FEkv;X(w,w') og MEkv;X(w,w') sammenfaller med henholdsvis EFys og EMen om man setter X=T. Dette gjelder selvfølgelig under den forutsetning at man benytter seg av definisjonene ovenfor. I denne forbindelse bør det også nevnes at vi i de teoremene vi skal vise i det følgende forutsetter at mengdene S, Reell^3 og U ikke har felles elementer. Tar man dette i betrakting ser man lett at Mg(h: Fys(h)) og Mg(h: Ment(h)) er innbyrdes disjunkte når man benytter definisjonene ovenfor. Videre skulle det være klart at begge mengdene er inkludert i Hend.

Vi skal første gi bevis for den følgende påstand:

Teorem 3.1.2: Anta mengdene S, Reell^3 og U ikke har noen felles elementer. Da har man for alle w,w'êI:

(i) EFys(w,w') ↔ FEkv;T(w,w')
(ii) EMen(w,w') ↔ MEkv;T(w,w')

Bevis: *Ad (i)* (**I**) Vi viser først kondisjonalen mot høyre. Anta (1) EFys(w,w'). Fra definisjonen av EFys følger da:

(2) (Az)(Ax)(At)(zêReell^3&xêD;p & têT → (Pos;w(z,x,t) ↔ Pos;w'(z,x,t)))

Vi skal vise (3) FEkv;T(w,w'). Det vil være i lys av definisjonen av FEkv tilstrekkelig å bevise:

(4) (At)(Ah)(têT & Fys(h) & HMom(h) → (Ev(h,t,w) ↔ Ev(h,t,w')))

Anta derfor for vilkårlige t, h at (5) têT & Fys(h) & HMom(h). Vi må da vise: (6) Ev(h,t,w) ↔ Ev(h,t,w'). Vi viser først kondisjonalen mot høyre i (6). Anta derfor (7) Ev(h,t,w). Fra (5) og definisjonen av Fys har vi: (8) hê(Pt(ElemH(S;f)) -{ø}) Videre har vi fra (7) og definisjonen av Ev(h,t,w) at (10) têτ(h) &Real(h,w) & hêHend Det vil nå være tilstrekkelig å bevise å bevise (+) Real(h,w'). Fra (8) følger (9) ø≠h Inkl ElemH(S;f). For å vise Real(h,w') må vi derfor vise at Real(r,w') for alle rêh. Anta derfor for vilkårlig r at

(10) rêh. Da rêElemH(S;f)

ifølge (9). Det følger da ved hjelp av definisjonen av elementærhendelse over S;f at det må finnes t',x og p slik at

(11) r= <p,E;f, <x,t'>> & xêReell^3xD;p & pê{0,1} & t'êT

Siden xêReell^3xD;p har vi at det må finnes z,q slik at

(12) zêReell^3 & qêD;p & x=<z,q>

Tilfelle (i): p=1. Siden Real(h,w) følger det i så fall at <x,t'>êEkst;w(E;f). I lys av

definisjonen vi tidligere har gitt av E;f er dette ekvivalent med i lys av (12):
(13) Pos;w(z,q,t').
Fra dette og (2) følger åpenbart Pos;w'(z,q,t') og derfor at <<z,q>,t'>êEkst;w(E;f). Dette innebærer i sin tur at r også er realisert i w'.
Tilfelle (ii): p=0. Tilfellet blir helt analogt med det foregående. Siden Real(h,w) følger i dette tilfellet at ¬(<x,t'>êEkst;w(E;f)). I lys av definisjonen vi tidligere har gitt av E;f er dette ekvivalent med i lys av (12):
(13) ¬Pos;w(z,q,t').
Fra dette og (2) følger åpenbart ¬Pos;w'(z,q,t') og derfor at ¬(<<z,q>,t'>êEkst;w(E;f)). Dette innebærer i sin tur at r også er realisert i w'.

I begge tilfelle har vi at Real(h,w'). Ved hjelp av (10) kan vi derfor slutte Ev(h,t,w'). Vi har nå vist at kondisjonalen mot høyre i (6) holder. Kondisjonalen mot venstre vises på samme måte. Siden t,h var vilkårlige entiteter som oppfylte (5) følger det at (4) holder. Vi har dermed vist at kondisjonalen mot høyre i (i) holder.

(**II**) Vi må også bevise kondisjonalen mot venstre i punkt (i). Anta derfor (1) FEkv;T(w,w'). Vi ønsker å vise at (2) EFys(w,w'). Fra (1) og den definisjonen vi tidligere har gitt av FEkv følger: (3) (At)(Ah)(têT & Fys(h) & HMom(h) → (Ev(h,t,w) ↔ Ev(h,t,w')))
For vise at (2) holder vil det være tilstrekkelig å vise:
(+) (Az)(At)(Ax)(têT & xêD;p & zêReell^3 →
(Pos;w(z,x,t) ↔ Pos;w'(z,x,t)))
Anta derfor for vilkårlige t,x, z at (4) têT & xêD;p & zêReell^3. Vi må da vise:
(++) Pos;w(z,x,t) ↔ Pos;w'(z,x,t)
Når det gjelder denne formelen gir vi bare bevis for kondisjonalen mot høyre siden beviset for kondisjonalen mot venstre blir helt analogt.

Anta derfor (5) Pos;w(z,x,t). Sett per definisjon (6.1) h0= <1,E;f,<<z,x>,t>> og definer videre h ved: (6.2) h= {h0}. Da har vi at h0êElemH(S;f) og derfor at
(7) hê(Pt(ElemH(S;f)) - {ø}) Inkl Hend
Videre følger fra (5) og (6.1)-(6.2) at (8) Real(h,w). Vi har dessuten åpenbart i lys av (7) og definisjonen av Fys at (9) Fys(h). Det er heller ikke vanskelig å se at tidsområdet til hendelsen h er enhetsmengden som inneholder tidspunktet t. Vi har derfor:
(10) τ(h) = {t}. Det følger selvfølgelig at tê τ(h) og derfor, sammen med (7) og (8) at (11) Ev(h,t,w). Anta nå for vilkårlige w' og t' at Ev(h,t',w'). Da følger direkte fra definisjonen vi har gitt av predikatet Ev at t'ê τ(h). Det følger derfor ved hjelp av (10) at t'=t. Vi har derfor på grunnlag av det vi så langt har bevist at
(12) (Et0)(t0êT & (At')(Aw)(Ev(h,t'w) → t'=t0)
Siden vi har Ev(h,t,w) følger det ved hjelp av definisjonen av MHend (Se Definisjon 1.1.2) at hêMHend. Fra dette og (12) har vi så HMom(h). Dette sammen med (3), (4), (9) og (11) impliserer at Ev(h,t,w'). Men da følger fra definisjonen av Ev at Real(h,w'). I lys av definisjonen av h og h0, vi har h0= <1,E;f,<<z,x>,t>> følger da Pos;w'(z,x,t) som er det vi ønsker.

Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for punkt (i) i teoremet.
Ad (ii): Dette punktet bevises i alt vesentlig på samme måte som punkt (i). Man behøver stort sett bare å erstatte alle referanser til Fys(h), S;f og Pos;w(z,x,t) med uttrykkene Ment(h), S;m og Frem;w(z,x,t), samt erstatte Reell^3 med S og D;p med P. Gjør man dette i beviset ovenfor får man i det vesentlige et bevis for (ii). **QED**.

I §3 innførte vi visse operasjoner på hendelser, nemlig β(h,t) og β°. Vi minner om definisjonen av disse begrepene. Betrakt mengden av alle de verdener w der vi har at hendelsen h foreligger realisert ved tidspunktet t, med andre ord mengden

Mg(w: wêI & Ev(h,t,w)). Siden dette er en mengde av mulige verdener vil det være sannhetsmengden til et entydig bestemt utsagn. Dette betegnes med β(h,t). Vi har altså:

β(h,t) = μ;-1(Mg(w: wêI & Ev(h,t,w)))

Man husker at vi i §3 også definerte tidsområdet til en hendelse h i verdenen w. Dette ble betegnet med Td;w(h) og definert på følgende måte:

Td;w(h) = Mg(t: têT & Ev(h,t,w))

Er w en mulig verden har man altså at Td;w(h) er mengden av alle de tidspunkter der hendelsen h foreligger realisert i verdenen w. Ved hjelp av de to begrepene som vi nå har repetert definisjonen av kan man definere et tredje. Anta h er en hendelse. Man kan da se på konjunksjonen av de diverse utsagnene β(h,t) ettersom t gjennomløper et tidspunkt i mengden Mg(t: (Ew)(wêI & têTd;w(h)). Konjunksjonen av disse utsagnene betegner vi med β°(h). Den formelle definisjonen av begrepet kan formuleres slik:

β°(h) = SNu(Mg(β(h,t): (Ew)(wêI & têTd;w(h))))

Vi er nå interessert i å relatere disse begrepene til det hendelsesbegrep vi har innført ovenfor. Anta nå at h er et element i Hend. Vi kan da betrakte mengden av alle de verdener der h foreligger realisert. Er denne mengden ikke-tom kan man vise at den er identisk med sannhetsmengden til utsagnet β°(h). Er den på den annen side mengden tom kan man vise at β°(h) er det nødvendige utsagn, ie. μ;-1(I). Dette er innholdet i det følgende teorem:

Teorem 3.1.3 Man har:
(a) hêHend & Mg(w: wêI &Real(h,w))≠ø →
β°(h) = μ;-1(Mg(w: wêI &Real(h,w)))
(b) hêHend & Mg(w: wêI &Real(h,w))=ø → β°(h) = t = μ;-1(I)

Bevis: *Ad (a)*: Vi bemerker først at man har følgende i lys av definisjonen av β°(h):
(+) wêμ(β°(h)) ↔ (At)((Ew')(w'êI & têTd;w'(h)) → wêμ(β(h,t)))
↔ (At)((Ew')(w'êI & Ev(h,t,w')) → Ev(h,t,w))
Anta nå at (1) hêHend & Mg(w: wêI &Real(h,w))≠ø Fra dette følger at det finnes noe w0 slik at (2) Real(h,w0) & w0êI.
Det er nødvendig at vi viser:
(3) μ(β°(h)) = Mg(w: wêI &Real(h,w))
I lys av (+) vil det være tilstrekkelig å bevise for alle h og wêI at
(4) Real(h,w) ↔ (At)((Ew')(w'êI & Ev(h,t,w')) → Ev(h,t,w))
Vi beviser først kondisjonalen mot høyre: Anta for vilkårlige h og w at
(5) wêI & Real(h,w). Anta dessuten for vilkårlig t at (6) (Ew')(w'êI & Ev(h,t,w'))
Det følger at det finnes w1 slik at (7) w1êI & Ev(h,t,w1). Fra (7) og definisjonen av Ev følger: têτ(h). Dette, (1) og (5) impliserer ved hjelp av definisjonen av Ev at Ev(h,t,w). Siden t var vilkårlig entitet slik at (6) følger:
(At)((Ew')(w'êI & Ev(h,t,w')) → Ev(h,t,w))
Dette viser at kondisjonalen mot høyre i (4) holder.

La oss så bevise kondisjonalen mot venstre. Anta derfor for vilkårlig h og wêI at
(8) (At)((Ew')(w'êI & Ev(h,t,w')) → Ev(h,t,w)). Vi må vise at Real(h,w). Siden hêHend følger det at h≠ø, og derfor at tidsområdet til h, τ(h)≠ø. Det må derfor derfor finnes t0 slik at t0êτ(h). Fra dette det at Real(h,w0) (Jmf. (2)) og det at hêHend følger ved hjelp av

definisjonen av Ev at Ev(h,t0,w0). og derfor (Ew)(wêI & Ev(h,t0,w)). Fra dette og (8) følger så Ev(h,t0,w). Men dette og definisjonen av Ev impliserer at Real(h,w). Dette viser at også kondisjonalen mot venstre i (4) holder. Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for (b).

Ad (b): Anta (1) Hend(h) ¬(Ew)(wêI & Real(h,w)). Dette er åpenbart i lys av definisjonen av Ev uforenelig med at (Et)(Ew)(wêI &Ev(h,t,w)). Vi har derfor:
(2) (At)¬(Ew)(wêI & Ev(h,t,w)). Nå har vi, på samme måte som under punkt (a), at
(3) wêμ(β°(h)) ↔ ↔ (At)((Ew')(w'êI & Ev(h,t,w')) → Ev(h,t,w)).
(2) impliserer naturligvis (Aw)(wêI → (At)((Ew')(w'êI & Ev(h,t,w')) → Ev(h,t,w))). Dette og (3) gir en: (Aw)(wêI → wêμ(β°(h))). Med andre ord har vi I Inkl μ(β°(h)). At μ(β°(h)) Inkl I er opplagt. Derfor har vi μ(β°(h)) = I og derfor β°(h) = μ;-1(I)=t.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Vårt neste mål er å vise at de aksiomene vi tidligere har formulert i forbindelse med predikatet "Ev(h,t,w)" kan utledes i TMF på basis av de definisjonene vi har gitt i denne paragrafen. Det følgende teorem viser at dette holder:

Teorem 3.1.4 Anta mengdene S, Reell^3 og U ikke har noen felles elementer. Da holder EV1 - EV6.

Bevis: Når det gjelder påstanden EV1 følger denne uten videre fra EV2. Av disse to påstandene er det derfor bare nødvendig å vise den siste.

Ad EV2: Anta (1) wêI & têT for vilkårlige w,t. Fra grunnsetningen FYS1 i TMF følger at D;p, mengden av fysiske partikler er ikke-tom. Det må derfor finnes noe x0 slik at (2) x0êD;p. Fra (1) og (2) følger ved hjelp av aksiomet FYS3 i TMF at det finnes z der vi har (3) zêReell^3 & Pos;w(z,x0,t). Definer r ved (4) r = <1,E;f, <<z,x0>,t>> og sett (5) h0= {r}. Da har vi h0êHend og dessuten at h0êPt(ElemH(S;f)) -{ø}. Det følger at Fys(h0). I lys av (3) og (4) har vi også Real(h0,w). Dessuten følger ved hjelp av definisjonen av τ at têτ(h0). Fra det vi har utledet følger Fys(h0) & Ev(h0,t,w). Det følger at (Eh)(Fys(h) & Ev(h,t,w)). Dette viser at vi kan utlede EV2.

Ad EV3: Anta Ev(h,t,w). Fra definisjonen av Ev følger da
(1) hêHend& Real(h,w) & têτ(h). Fra den siste konjunkten i (1) og definisjonen av τ kan man slutte at det må finnes x0 slik at (2) t=π;2(π;3(x0)) & x0êh. Siden hêHend ifølge (1) følger det at h≠ø & h Inkl ElemH. Siden x0êh følger det at x0êElemH og derfor ved hjelp av Definisjon 3.1.1 at x0êElemH(S;f) U ElemH(S;m) U ElemH(S;i). Det er altså tre muligheter når det gjelder x0 alt ettersom x0 er med i ElemH(S;f), ElemH(S;m) eller ElemH(S;i). Vi ser bare på det første tilfellet siden satsen kan vises på omtrent samme måte i de andre tilfellene. Anta derfor x0êElemH(S;f). Da har vi per definisjon at det må finnes f, p, x, z og t' der vi har
(3) x0= <p, f, <<z,x>,t'>> & pê{0,1}& fê{E;f} & <z,x>êReell^3xD;p & t'êT
Det følger åpenbart fra (2) og (3) at t = π;2(π;3(x0)) = t'êT. Vi har derfor têT. At wêI følger direkte fra (1) og definisjonen av Real(h,w). Dette viser at EV3 kan utledes.

Ad EV5: At T=Mg(x: Tp(x)) er en mengde ie at vi har M(T)[6], følger direkte fra grunnsetningene om tid som vi har inkludert i TMF.[7]

Ad EV6: Anta (1) Ev(h,t1,w1) & Ev(h, t2,w2). Fra dette og den definisjonen vi har gitt av Ev følger:

[6] Vi minner om at uttrykket "M(x)" leses "x er en mengde"

[7] Se Del I, §2.3

(2.1) t1ê(h) & hêHend & Real(h,w1)
(2.2) t2ê(h) & hêHend & Real(h,w2)

Det er nødvendig å vise (+) Td;w1(h) =Td;w2(h). Anta for vilkårlig t at (3) têTd;w1(h). Ved hjelp av definisjonen av Td følger da (4) têT & Ev(h,t,w1). Fra dette har vi ved hjelp av definisjonen av Ev at têτ(h) som sammen med (2.2) gir en Ev(h,t,w2). Det følger at têT & Real(h,t,w2) med andre ord at têTd;w2(h). Dette viser inklusjonen mot høyre i (+). Inklusjonen mot venstre vises påsamme måte bortsett fra at man nå må benytte (2.1) istedet for (2.2). Dette viser at EV6 holder under de forutsetninger som er angitt i teoremet.

Ad EV4: Anta têT & wêI. Vi må vise at det finnes en mengde y som er slik at y= Mg(h:Ev(h,t,w)). Det vil være tilstrekkelig å vise at (1) (Ey)(M(y) & y=Hend). For anta (1) holder. Da har man M(z) & z= Hend for noe z. Ved hjelp av definisjonen av Ev kan man slutte at Mg(h: Ev(h,x,t)) Inkl Hend. Det følger at zΩMg(h:Ev(h,t,w))= Mg(h:Ev(h,t,w)). Siden M(z) følger da ved hjelp av utsondringsaksiomet at også Mg(h:Ev(h,t,w)) er en mengde.

Siden det er tilstrekkelig å vise (1) må vi altså vise at Hend er en mengde. For dette formål vil det i sin tur være tilstrekkelig å vise at ElemH er en mengde siden vi har at Pt(x) - {ø} er en mengde om x er det. For å vise at ElemH er en mengde vil det være tilstrekkelig å vise at ElemH(S;f), ElemH(S;m) og ElemH(S;i) er mengder siden vi har at dersom x og y er mengder er unionen av dem også en mengde. Når det gjelder eksistensen av de tre sistnevnte mengder ser vi bare på ElemH(S;f) siden beviset for eksistensen av ElemH(S;m) og ElemH(S;i) i det vesentlige blir likedan. Nå har vi imidlertid at ElemH(S;f) = {0,1}x{E;f}x(((Reell^3)xD;p)xT). Siden alle mengdene som inngår i dette kryssproduktet eksisterer kan man også slutte at ElemH(S;f) er en mengde. Vi lar det bli med denne skissen[8]. **QED**.

§4 Kausallover og kausal implikasjon.

Når det gjelder predikatet "x er et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w" som vi innførte i §1 skal vi basere oss på de følgende antagelser:

CL1 CLov;w(x) → wêI & wêU

I denne sammenheng nevnes at U betegner mengden av utsagn. CL1 uttrykker derfor at de utsagn som representerer kausallover som gjelder i en verden w er utsagn. Dessuten kan selvfølgelig ikke noe være et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w uten at w er en logisk mulig verden. CL1 er altså en temmelig triviell og opplagt setning.[9]

Vi skal også anta at de kausallovene som gjelder i en verden w er sanne i denne verdenen:

---

[8] Hvis man skulle gi et helt detaljert bevis i denne forbindelse måtte man levere detaljert bevis for en rekke påstander. For det første at 0,1 og Reell^3 er mengder. Siden 0=ø og 1={ø} er det lett på basis av de mengdeteoretiske aksiomene i TMF å vise at disse to entitetene er mengder og at de eksisterer. For å vise at Reell ^3 eksisterer vil det være tilstrekkelig å vise at Reell eksisterer og 3 eksisterer samt vise at dersom x og y er mengder så er x^y det også. Alt dette kan imidlertid vises på basis av de mengdeteoretiske grunnsetningene i TMF. For å gi et fullstendig og detaljert bevis må man imidlertid også vise mer: Man må vise at dersom a,b er mengder er også axb en mengde og at dersom a,b,c er mengder er også axbxc en mengde. At D;p og T er mengder følger direkte fra grunnsetningene i TMF. For å gi et detaljert bevis for at egenskapen E;f er en mengde må man trekke inn de mengdeteoretiske grunnsetningene i TMF samt de grunnsetningene om egenskaper som vi har inkludert.

[9] I det følgende skal vi tillate oss å bruke det kortere uttrykket "x er en kausallov som gjelder i verdenen w" i stedet for det lengere, men offisielle, uttrykket "x er et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w"

CL2 CLov;w(x) → True(w,x)

Vi betegner mengden av alle de kausallover som gjelder i verdenen w med "CL(w)". Formelt sett kan dette uttrykket defineres slik:

CL(w) = Mg(x: CLov;w(x))

Selvfølgelig har vi at CL(w)êPt(U), med andre ord at mengden av alle de utsagn som representerer kausallover som gjelder i en viss verden w er en klasse med utsagn. På basis av de utsagnsteoretiske og mengdeteoretiske aksiomene i E;3 kan man også lett vise at CL(w) er en mengde for alle wêI.

Gitt begrepet om en kausallov som gjelder i en verden er det nærliggende å bruke dette i en definisjon av hva som menes med at et utsagn er kausalnødvendig sant i en en logisk mulig verden. I det følgende skal vi stipulere at x er et utsagn som er kausalnødvendig sant i verdenen w, i symboler "CNec(x,w)" hvis og bare hvis utsagnet x er logisk sett implisert konjunksjonen av alle de utsagnene som er kausallover i verdenen w. Uttrykket "CNec(x,w)" kan altså formelt sett defineres slik:

Definisjon 4.1: CNec(x,w) ↔ xêU & wêI & μ(SNu(Mg(x: CLov;w(x)))) Inkl μ(x)

Man utleder lett ved hjelp av denne definisjonen at konjunksjonen av enhver ikke-tom mengde med utsagn som er kausalnødvendige i verdenen w selv er et utsagn som er kausalnødvendig i verdenen w. Videre ser man lett at dersom et utsagn er kausalnødvendig sant i verdenen w og det logisk impliserer et annet utsagn så må også dette siste utsagnet være kausalnødvendig sant i verdenen w. Endelig ser man lett på basis av denne definisjonen at ethvert utsagn som er kausalnødvendig sant i verdenen w også selvfølgelig er sant i verdenen w. Disse tre forholdene er sammenfattet formelt i det følgende teorem:

Teorem 4.1: (i) (Aa)(a≠ø & aêPt(U) & (Ax)(xêa → CNec(x,w)) →
CNec(SNu(a),w)
(ii) x,yêU & CNec(x,w) & LK(y,x). → CNec(y,w)
(iii) CNec(x,w). → w ⊨ x

Det er nå mulig å fiksere den teoretiske rammen vi vil arbeide innenfor i det foreliggende arbeid. Vi tenker oss først at vi utvider språket til TMF med predikatet "x er et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w" som et nytt ikke-logisk predikat. Denest utvider vi listen over nye ikke-logiske aksiomer i TMF med CL1 og CL2. Den nye teorien man da får vil vi i det følgende betegne med "TMF;c".

Vi har innført predikatet "CLov;w(x)" og visse ikke-logiske aksiomer for dette predikatet. Vi minner om at CL(w) er mengden av alle de kausallover som gjelder i verdenen w. Anta X er en mengde med utsagn og at u er et enkeltutsagn. Vi sier da at u er kausalt implisert av X i verdenen w hvis og bare hvis vi har at u er en logisk konsekvens av de kausallovene som gjelder i verdenen w sammen med utsagnene i mengden X. Vi skal bruke uttrykket "CImp;w(u,X)" som forkortelse for uttrykket "Utsagnet u er kausalt implisert i verdenen w av utsagnene i mengden X". Uttrykket defineres slik:

Definisjon 4.2 CImp;w(u,X) ↔ uêU & XêPt(U) & LK;m(u, CL(w)UX)

Vi minner om at "LK;m(u,X)" betyr at u er en logisk konsekvens av utsagnene i mengden X. Den definisjonen vi tidligere har gitt av denne relasjonen er denne:

Definisjon 4.3 LK;m(u,X) ↔. uêU & XêPt(U) & µ(SNu(X)) Inkl µ(u)

Denne definisjonen uttrykker at et utsagn u er en logisk konsekvens av utsagnene i mengden X hvis og bare hvis følgende er tilfelle: For det første skal u være et utsagn og X en eller annen mengde med utsagn. For det andre skal sannhetsmengden til konjunksjonen av alle utsagnene i X være inkludert i sannhetsmengden til u. Dette siste innebærer at u er sann i alle de mulige verdenene hvor alle utsagnene i mengden X er sanne.

For å gjenta har vi selvfølgelig at Mg(x: CLov(x,w)) er mengden av alle de utsagn som representerer kausallover som gjelder i verdenen w. SNu(Mg(x: CLov(x,w))) er da konjunksjonen av alle disse utsagnene . µ(SNu(Mg(x: CLov(x,w)))) er da i sin tur sannhetsmengden til denne konjunksjonen. Vi skal betegne denne mengden med Q(w) og setter altså:

Definisjon 4.4: Q(w) = µ(SNu(Mg(x: CLov;w(x,w))))

Hvis et utsagn er implisert av et eller flere av de utsagn som representerer kausallover som gjelder i verdenen w er det åpenbart kausalnødvendig sant i verdenen w. Omvendt virker det rimelig å si at dersom et utsagn er kausalnødvendig sant i verdenen w må det være implisert av mengden av alle de utsagn som representerer kausallover som gjelder i w. Man ser at µ;-1(Q(w)) er implisert av alle kausallovene som gjelder i verdenen w. Det skulle heller ikke være vanskelig å se at µ;-1(Q(w)) er det sterkeste utsagn med denne egenskap. Det er derfor rimelig å se på Q(w) som mengden av alle de mulige verdener som er kausalt mulige med hensyn på verdenen w. Et utsagn hvis sannhetsmengde inkluderer Q(w) vil være kausalt nødvendig med hensyn på w. Et utsagn hvis sannhetsmengde bare overlapper med Q(w) vil være kausalt mulig, men ikke kausalt nødvendig med hensyn på w.

Dersom u1 og u2 er to utsagn og u1 er kausalt implisert i verdenen w av utsagnet i mengden {u2} og u2 er kausalt implisert av utsagnet i mengden {u1} i verdenen w, sier vi at u1 og u2 er kausalt ekvivalente i verdenen w. Vi bruker "CEkv;w(u1,u2)" som forkortelse for uttrykket "utsagnene u1 og u2 er kausalt ekvivalente i verdenen w" og gir den følgende formelle definisjon:

Definisjon 4.5 CEkv;w(u1,u2) ↔ u1,u2êU &
wêI & CImp;w(u1,{u2}) & CImp;w(u2,{u1})

Det skulle være klart at man har CImp;w(u1,{u2}) hvis og bare hvis man har at µ(SNu(CL(w))Ωu2) Inkl µ(u1). Men dette er i sin tur ekvivalent med (Aw')(w'êµ(SNu(CL(w))) → (w'êµ(u2) → w'êµ(u1))). Det følger fra dette at CEkv;w(u1,u2) er ekvivalent med

(Aw')(w'êSNu(CL(w)) → (w'êµ(u1) ↔ w'êµ(u2))

Setter man nå per definisjon Q(w) = µ(SNu(CL(w))) ser man at CEkv;w(u1,u2) holder hvis og bare hvis Q(w)Ωµ(u1) = Q(w)Ωµ(u2).

I lys av betraktningene ovenfor er det nærliggende å definere relasjonen "verdenen w' er kausalt mulig med hensyn på verdenen w", vi skal betegne den med "R;c", ved:

Definisjon 4.6: R;c = Mg(<w,w'>: w,w'êI & w'êQ(w))

Fra denne definisjonen ser man at man har, gitt at w,w' er mulige verdener, at R;c(w,w') holder hvis og bare hvis verdenen w' er kausalt mulig med hensyn verdenen w.

Det bør bemerkes at det ikke er noe i teorien TMF;c, slik vi så langt har formulert den, som tilsier at det i enhver verden finnes utsagn som representerer kausallover som gjelder i denne verden. Det er altså konsistent med TMF;c å anta at det finnes verdener w der man har ¬(Ex)(CLov(x,w)). Er w en slik verden ser man lett på basis av definisjonen av Q(w) at Q(w) = I . Dette innebærer at kausalnødvendighet i en slik verden faller sammen med logisk nødvendighet. Vi har heller ikke fastlagt noe som innebærer at ethvert utsagn som representerer en kausallov i en verden w nødvendigvis må være et kontingent utsagn. Det er følgelig ikke noe i teorien som innebærer at det ikke kan finnes verdener w der vi har at det tautologiske utsagn kan representere en kausallov som gjelder i w. Man kan naturligvis legge til noen antagelser som utelukker dette, men det virker ikke som om det er noen avgjørende grunner for å gjøre det.

La oss også bemerke at det heller ikke er noe som utelukker at det kan finnes en verden w der vi har at det eneste utsagnet som representerer en kausallov i w er det tautologiske utsagn. Det er med andre ord ikke noe i teorien som utelukker at det kan finnes en verden w der vi har at Mg(x: CLov(x,w)) = {t}. (t er det tautologiske utsagnet, ie. t= µ;-1(I)). I dette tilfelle vil også kausalnødvendighet falle sammen med logisk nødvendighet, eller for å si det mer presist har man i dette tilfellet at et utsagn er kausalnødvendig i verdenen w hvis og bare hvis det er en logisk sannhet.

Teorien vi får når språket til TMF utvides med predikatet "CLov(x,w)" og vi legger til de to formlene CL1 og CL2 som nye ikke-logiske aksiomer betegner vi, som tidligere nevnt, med TMF;c.

Vi har at den følgende sats holder i TMF;c:

Teorem 4.2 Man har:
(i) (Aw)(wêI → (Ax)(CLov(x,w)→ w ⊨x)) ↔ (Aw)(wêI → R;c(w,w))
(ii) R;c er en transitiv relasjon over I hvis og bare hvis
(Aw)(Aw')(w,w'êI → (w'êQ(w) → Q(w') Inkl Q(w)))
(iii) R;c er en symmetrisk relasjon over I hvis og bare hvis
(Aw)(Aw')(w,w'êI → (w'êQ(w) → wêQ(w'))
(iv) R;c er en symmetrisk og transitiv relasjon over I hvis og bare hvis:
(Aw)(Aw')(w,w'êI → (w'êQ(w) → Q(w') = Q(w)))

Beviset for denne påstanden følger nesten umiddelbart fra de definisjonene og aksiomene som har blitt nevnt ovenfor. Det virker av denne grunn unødvendig å gi noe bevis.

Det kan være av interesse å si noen ord om hvordan begrepsdannelsene ovenfor er relatert til de vanlige modallogiske systemene T, S4 og S5. La oss se nærmere på det.

Man kan innføre en funksjon CNec, *kausalnødvendighetsfunksjonen* som vi skal kalle den, som avbilder U inn i U. Dersom x er et utsagn er det meningen at CNec(x) representerer utsagnet at x er kausalnødvendig. Vi definerer denne funksjonen slik:

Definisjon 4.7: CNec(x) = μ;-1(Mg(w:wêI & Q(w) Inkl μ(x)))

Mg(w:wêI & Q(w) Inkl μ(x)) er mengden av alle de mulige verdener hvor vi har har at mengden av alle de verdener som er kausalnødvendige med hensyn på w er inkludert i sannhetsmengden til utsagnet x. CNec(x) er så det utsagnet som har denne mengden som sin sannhetsmengde.

Man kan definere den duale mulighetsoperatoren, CPos(x), på følgende vis:

Definisjon 4.8: CPos(x) = μ;-1(Mg(w:wêI & Q(w) Ω μ(x) ≠ ø))

Fra disse definisjonene følger umiddelbart:

Teorem 4.3: Anta wêI og xêU. Da har man:
(i) w ⊨ CNec(x) ↔ (Aw')(w'êI & R;c(w,w') → w'êμ(x))
(ii) w ⊨ CPos(x) ↔ (Ew')(w'êI & R;c(w,w') & w'êμ(x))

Fra Teorem 4.3 ser man (i) er helt analog med den vanlige valusajonsregelen for en nødvendighetsoperator i en Kripke-modell for vanlig setningslogisk modallogikk. Tilsvarende er (ii) helt analog med valuasjonsregelen for en mulighetsoperator. Fra dette forhold og det første punktet i Teorem 1 ser man ganske raskt at CNec oppfyller krav som er analoge med de vanlige kravene til nødvendighetsoperatoren i det tradisjonelle modalsystemet T.

Man har, om w er en mulig verden og x et utsagn, at w ⊨x innebærer at utsagnet x er sant i verdenen w. Dette i sin tur er naturligvis ekvivalent med at w er med i sannhetsmengden til utsagnet x. Vi skal i det følgende tillate oss å bruke " ⊨x " der x er et utsagn som forkortelse for "utsagnet x er sant i alle mulige verdener".

Gitt denne definisjonen kan man lett utlede det følgende teorem som tydelig viser at vi på basis av grunnsetningene i TMF;c kan utlede at CNec er en T-operator.

Teorem 4.4 Anta x,y er utsagn : Da holder følgende:
(i) ⊨ x → ⊨ CNec(x)
(ii) ⊨ C(K(CNec(x),CNec(C(x,y))), CNec(y))
(iii) ⊨ C(CNec(x),x)

Man ser her at punkt (iii) holder fordi R;c i kraft av aksiom CL2 må være refleksiv. Krever man at R;c er transitiv ser man lett at man kan utlede ⊨ C(CNec(x), CNec(CNec(x))). Krever man at R;c er symmetrisk er det ikke vanskelig å vise at man har ⊨ C(CPos(x), CNec(CPos(x))). Denne siste formelen kan oppfattes som en versjon av det som av og til kalles "Brouwers aksiom". Disse bemerkningene kan sammenfattes i den følgende sats:

Teorem 4.5 Anta xêU. Da har man:
(i) Er R;c transitiv holder: ⊨ C(CNec(x), CNec(CNec(x))).
(ii) Er R;c symmetrisk holder: ⊨ C(CPos(x), CNec(CPos(x)))

Man ser altså at operatoren CNec vil være en S4-operator eller en B-operator alt ettersom R;c er transitiv eller symmetrisk. Er den både transitiv og symmetrisk følger har man at CNec er en S5-operator.

Vi skal ikke nærmere diskutere om relasjonen R;c er transitiv, symmetrisk eller begge deler.

Vi avslutter dette avsnittet med noen observasjoner angående kausal implikasjon og kausal ekvivalens mellom utsagn. Vi definerte tidligere CImp;w(x,Δ), der x er et utsagn og Δ en mengde med utsagn, ved

CImp;w(x,Δ) ↔ uêU & ΔêPt(U) & LK;m(u, CL(w)U Δ)

Det er ikke spesielt vanskelig å vise at man har CImp;w(x,Δ) hvis og bare hvis man har at Q(w)Ω μ(SNu(Δ)) Inkl μ(x), forutsatt selvfølgelig at x er et utsagn og Δ en mengde med utsagn. Man har altså at et utsagn x er kausalt implisert av utsagnene i mengden Δ hvis og bare hvis snittet av Q(w) og sannhetsmengden til konjunksjonen av utsagnene i Δ er inkludert i sannhetsmengden til utsagnet x.

Når det gjelder kausal ekvivalens merker vi oss at det følger fra den definisjonen som ble gitt tidligere at utsagnet x er kausalt ekvivalent med utsagnet y med hensyn på verdenen w hvis og bare hvis Q(w)Ωμ(x)= Q(w)Ωμ(y). To utsagn x,y er med andre ord kausalt ekvivalente relativt til w hvis og bare mengden av de kausalt mulige verdenene med hensyn på verdenen w som inngår i sannhetsmengden til x er identisk med mengden av de kausalt mulige verdenene som inngår i sannhetsmengden til y.

§4.1 Noen teser om superveniens mellom det mentale og det fysiske.

I det følgende brukes uttrykket "Q(w)" som forkortelse for "μ(SNu(CL(w)))". Med andre ord er Q(w) mengden av alle de mulige verdenene som er med i konjunksjonen av alle de utsagnene som er kausallover i verdenen w.

Definisjon 4.1.1 Q(w) = μ(SNu(CL(w))) = μ(SNu(Mg(z: CLov;w(z))))

I det følgende bruker vi også uttrykkene "EFys" og "EMen" i den betydningen de ble innført i Del II. "EFys(w1,w2)" innebærer at verdenene w1 og w2 har den samme totale fysiske historie. "EMen (w1,w2)" betyr at verdenene w1 og w2 har den samme mentale historie. Hensikten med denne paragrafen er å gi et bevis for den følgende sats:

Teorem 4.1.1: Anta wêI. Da har man at de følgende to betingelser er ekvivalente:
(+) (Aw1)(Aw2)(w1,w2êQ(w) & EFys(w1,w2) → EMen(w1,w2))
(++) (Ax)(xêU(EMen) → (Ey)(yêU(EFys) & CEkv;w(x,y)

Bevis: (A) La oss først bevise at (+) impliserer (++): Anta (a) holder og anta for vilkårlig x at (1) xêU(EMen). Det er da to muligheter:

Tilfelle (i): μ(x)ΩQ(w)=ø. Dette innebærer at x er inkonsistent med konjunksjonen av alle de utsagnene som er kausalnødvendig sanne i verdenen w. I dette tilfellet setter vi (2) y= μ;-1(ø). Vi lar med andre ord y være det kontradiktoriske utsagnet. Det skulle da være klart at yêU(EFys). (Jmf. definisjonen av U(e) der e er en ekvivalensrelasjon over I). Det skulle imidlertid også være klart at CEkv;w(x,y). Man ser raskt fra definisjonen av "CEkv;w(x,y)", slik som vist i forrige paragraf, at dette er ekvivalent med:

Q(w)Ωμ(x) = Q(w)Ωμ(y).

Men da skulle det være klart at

Q(w)Ωμ(x) = ø = Q(w)Ωø = Q(w)Ωμ(μ;-1(ø)) = Q(w)Ωμ(y).

Satsen holder altså i dette tilfellet.

Tilfelle (ii): Man har (3) μ(x)ΩQ(w)≠ø. La oss akkurat i dette beviset betegne mengden av alle EMen-ekvivalensklassene over I med "E". Vi har da at det finnes en mengde a Inkl E slik at µ(x) = UN(a). De enkelte ekvivalensklassene som inngår i a er selvfølgelig ikke-tomme og innbyrdes disjunkte. Siden µ(x) ≠ø følger det også at a≠ø. Vi må nå konstruere den y'en vi trenger. Først setter man per definisjon:

(4) b = Mg(Mg(w': w'êI & EFys(w',w")): w"êµ(x)ΩQ(w))

Dernest setter vi (5) y= µ;-1(UN(b)). Det skulle da være klart at b er inkludert i mengden av alle FEkv-ekvivalensklassene over I og derfor at yêU(EFys). For å vise at (+) impliserer (++) vil det derfor være tilstrekkelig å bevise:

(6) Q(w)Ωµ(x) = Q(w)Ωµ(y)

Inklusjonen mot høyre: Anta for vilkårlig w' at (6.1) w'êQ(w)Ωµ(x). Da har man selvfølgelig at wêµ(x). Fra dette og (4) følger

Mg(w": w"êI & EFys(w",w')) êb. Men w'êMg(z: zêI & EFys(z,w')). Vi har derfor at (Ez)(w'êz & zêb). Det følger at w'êUN(b) og derfor at w'êµ(y). Men fra (6.1) følger w'êQ(w). Vi har derfor: w'êQ(w)Ωµ(y).

Inklusjonen mot venstre: Anta for vilkårlig w' at (7.1) w'êQ(w)Ωµ(y). Dette impliserer at w'êµ(y), og derfor i lys av definisjonen av y at det finnes z der man har: (7.2) w'êz & zêb. Fra den siste konjunkten her og definisjonen av b kan man slutte at det finnes w1 der:

(7.3) z=Mg(w': w'êI & EFys(w',w1)) & w1êQ(w)Ωµ(x)

Siden w'êz har vi da EFys(w',w1). Men w1,w'êQ(w) i lys av (7.1) og (7.3). Det følger da ved hjelp av (+) at EMen(w',w1). Siden w1êµ(x) har vi w1êz2 & z2êa for noe z2 der z2êE. Siden EMen(w',w1) må man da ha w'êz2. Men da w'êz2êa. Herav w'êUN(a)=µ(x). Siden w'êQ(w) følger derfor det vi ønsker nemlig w'êQ(w)Ωµ(x). Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for at (+) impliserer (++).

(B) Vi må imidlertid også gi et bevis for at (++) impliserer (+). Anta derfor at (++) holder. Vi skal vise at (+) holder, dvs.:

(1) (Aw1)(Aw2)(w1,w2êQ(w) & EFys(w1,w2) → EMen(w1,w2))

Anta for vilkårlige w1,w2 at (2) w1,w2êQ(w) og (3) EFys(w1,w2).

Sett nå per definisjon:

(3.1) x1= µ;-1(Mg(w': EMen(w',w1))). Da har man åpenbart x1êU(EMen). Ved hjelp av (++) kan man derfor slutte at det finnes y1 med de følgende egenskaper:

(4) y1êU(EFys)

(5) CEkv;w(x1,y1)

Dette siste er ekvivalent med:

(6) µ(x1)ΩQ(w) = µ(y1)ΩQ(w)

Sett videre per definisjon:

(7.1) x2= µ;-1(Mg(w': EMen(w',w2))) Ved hjelp av (++) følger da eksistensen av y2 der:

(8) y2êU(EFys)

(9) CEkv;w(x2,y2)

Dette siste er ekvivalent med:

(10) µ(x2)ΩQ(w) = µ(y2)ΩQ(w)

Nå har man w1êµ(x1) & w1êQ(w). I lys av (6) følger da

(11) w1êµ(y1) & y1êU(EFys).

Tilsvarende har man w2êµ(x2)ΩQ(w) og derfor:

(12) w2êµ(y2) & y2êU(EFys)

Anta nå for reduktio ad absurdum at (13) ¬EMen(w1,w2). Det følger da at (14) µ(x1)Ω µ(x2)=ø. I lys av (6) og (10) kan man da slutte:

(15) µ(y1)ΩQ(w) Ω µ(y2)ΩQ(w)=ø.

Men y1,y2êU(EFys). Det finnes derfor b1,b2 Inkl F, mengden av alle FEkvekvivalensklasser over I , slik at μ(y1)=UN(b1) & μ(y2) = UN(b2). Det må da finnes z1, z2 êF slik at

w1êz1êb1 & w2êz2êb2.

Men man har per forutsetning at EFys(w1,w2). Det følger at w1êz2êb2 og derfor at w1êμ(y2). Men w1êμ(y1). Dette strider mot (15). Det følger at (13) er gal. Dette viser at (++) impliserer (+).

Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for satsen ovenfor. **QED.**

I det følgende skal vi tillate oss å kalle en verden w som oppfyller kravet (+) i Teorem 4.1.1 for *en verden w der det totale mentale hendelsesforløp er kausalt supervenient i forhold til det totale fysiske hendelsesforløp.* Dette betyr da strengt tatt ikke noe annet enn at i enhver verden som er kausalt mulig med hensyn på w vil det totale mentale hendelsesforløp være entydig bestemt straks det totale fysiske hendelsesforløp tenkes gitt. Vi skal bruke "SPV;c(w)" som forkortelse for "w er en verden der det totale mentale hendelsesforløp er kausalt sett supervenient i forhold til det totale fysiske hendelsesforløp". Formelt kan dette uttrykket defineres slik:

Definisjon 4.1.2 SPV;c(w) ↔
(Aw1)(Aw2)(w1,w2êQ(w) & EFys(w1,w2) → EMen(w1,w2))

I det følgende skal vi se på noen alternative karakteristikker av denne betingelsen "SPV(w)". I denne forbindelse har vi bruk for den følgende relasjon G(w) som er definert på den følgende måte:

Definisjon 4.1.3 G(w) = Mg(<x,y>: xêEFys* & yêEMen* & xΩyΩQ(w)≠ø)

Som man ser har man at <x,y>êG(w) hvis og bare hvis x og y henholdsvis er en EFys-ekvivalensklasse og en EMen-ekvivalensklasse hvor snittet av disse to klassene har et element felles med mengden av alle de verdenene som er kausalt mulige med hensyn på verdenen w. Man kan formulere dette også på andre måter: Man kan si at de enkelte elementene i EFys* representerer mulige fysiske totalhistorier. Tilsvarende representerer de enkelte ekvivalensmengdene i EMen* totale mentale historier. Har man da at xêEFys* & yêEMen* kan man si at den fysiske totalhistorien som x representerer og den mentale totalhistorien som y representerer foreligger realisert i verdenen w1 hvis og bare hvis w1êxΩy. Har man i tillegg at w1êxΩyΩQ(w) vil disse to totalhistoriene i tillegg foreligge realisert i en verden w1 som også er kausalt mulig med hensyn på verdenen w. Man kan derfor si at <x,y>êG(w) holder hvis og bare hvis x og y henholdvis representerer en total fysisk historie og en total mental historie som begge foreligger realisert i en eller annen mulig verden som er kausalt mulig med hensyn på verdenen w.

Vi skal først vise at dersom w er en verden hvor det mentale er kausalt supervenient i forhold til det fysiske har man at G(w) er en funksjon. Mer presist skal det gis bevis for den følgende sats:

Teorem 4.1.2: Anta wêI. Da gjelder: SPV;c(w) → Func(G(w))

Bevis: Anta (1) wêI & SPV;c(w). Vi skal vise at Func(G(w)). Anta derfor for vilkårlige x,y1,y2 at (2) <x,y1>êG(w) & <x,y2>êG(w). Fra dette og definisjonen G(w) følger:

(3.1) xêEFys* & y1êEMen* & xΩy1ΩQ(w)≠ø
(3.2) xêEFys* & y2êEMen* & xΩy2ΩQ(w)≠ø

Fra de siste konjunktene i (3.1) og (3.2) følger eksistensen av w1,w2 der:

(4.1) w1êxΩy1ΩQ(w)
(4.2) w2êxΩy2ΩQ(w)

Vi har derfor w1,w2êx. Siden xêEFys* følger da at EFys(w1,w2). Siden w1,w2êQ(w) kan vi da i lys av (1) slutte at (5) EMen(w1,w2). I henhold til (4.1) og (4.2) har man w1êy1 & w2êy2. Fra dette og (5) følger, siden y1,y2êEMen*, at w1êy2. Vi har derfor w1êy1 & w1êy2. Da y1Ωy2≠ø. Siden de enkelte ekvivalensmengdene i EMen* er innbyrdes disjunkte kan vi derfor slutte at y1=y2. Dette viser at G(w) er en funksjon. **QED.**

Man kan også vise at den omvendte sats til teoremet ovenfor holder. Har man at G(w) er en funksjon kan man slutte at SPV;c(w):

Teorem 4.1.3: Anta wêI. Da gjelder: Func(G(w)) → SPV;c(w)

Bevis: Anta for vilkårlig w at (1) wêI & Func(G(w)). Det er nødvendig å vise at SPV;c(w). Anta derfor for vilkårlige w1,w2êI at (2) w1,w2êQ(w) & EFys(w1,w2). Under disse forutsetningene ønsker vi selvfølgelig å bevise at EMen(w1,w2). Sett per definisjon: (4) x= Mg(w': w'êI & EFys(w',w1)). Da har vi for det første at (5) xêEFys*. Dessuten følger det ved hjelp av (2) at (6) w1,w2êx. Sett:

(7.1) y1= Mg(w': w'êI & EMen(w',w1))
(7.2) y2= Mg(w': w'êI & EMen(w',w2))

Ved hjelp av (2), (6) og (7.1) kan man da slutte:

(8) w1êxΩy1ΩQ(w) & y1êEMen*

Likeledes kan man ved hjelp av (2), (6) og (7.2) slutte:

(9) w2êΩy2ΩQ(w) & y2êEMen*

Fra (5) og (8) følger (10) <x,y1>êG(w). Tilsvarende følger fra (5) og (9) at (11) <x,y2>êG(w). Siden G(w) er en funksjon kan man da slutte at y1=y2. Men fra dette og (9) følger at w1êy2, og derfor i lys av (8.2) at EMen(w1,w2). Dette viser at satsen holder. **QED.**

Vi skal bevise ytterligere noen satser som kaster et visst lys over egenskapene til relasjonen G(w).

Teorem 4.1.4 Anta wêI. Da har man:
Q(w) = UN(Mg(a: (Ex)(xêEFys* & xΩQ(w)≠ø & a = xΩQ(w))))

Bevis: (i) Inklusjonen mot venstre: Anta z er et vilkårlig element der (1) zêUN(c) hvor c= Mg(a: (Ex)(xêEFys* & xΩQ(w)≠ø & a= xΩQ(w))). Da finnes det a der (2) zêa & aêc. Fra den siste konjunkten i (2) og definisjonen av c følger eksistensen av x der vi har a=xΩQ(w). Fra dette og (2) følger så zêQ(w).

(ii) Inklusjonen mot høyre: Anta (1) w1êQ(w) for vilkårlig w1. Da har man EFys(w1,w1) og derfor at w1êMg(w': w'êI & EFys(w',w1))êEFys*. Setter man x=Mg(w': w'êI & EFys(w',w1)) følger herav at (2) xêEFys* & w1êx. Fra (1) og (2) følger enn mer at (3) xêEFys* & xΩQ(w)≠ø & w1êxΩQ(w). Herav følger at det finnes a der: (4) w1êa & (Ex)(xêEFys* & xΩQ(w)≠ø & a=xΩQ(w)). Men da har man w1êUN(c) der c er definert som ovenfor. **QED.**

Teorem 4.1.5 Anta SPV;c(w) & yêRgn(G(w)). Da gjelder:
yΩQ(w) = Q(w)ΩUN(Mg(x: G(w)(x) = y))

Bevis: Anta (1) SPV;c(w) & yêRgn(G(w)). Fra den siste konjunkten i (1) følger eksistensen av x slik at <x,y>êG(w). Fra dette og definisjonen av funksjonen g følger: (2) xêEFys* & yêEMen* & xΩyΩQ(w)≠ø.

(A) Anta nå for vilkårlig element z at (3) zêQ(w)ΩUN(Mg(x: G(w)(x)=y)). Da finnes p slik at (4) zêQ(w) & zêp & G(w)(p)=y. Da har man (5) <p,y>êG(w) og derfor (6) pêEFys* & pΩyΩQ(w)≠ø. Fra dette følger eksistensen av z2 der (7) z2êpΩyΩQ(w). Siden pêEFys* & z,z2êp følger at (8) EFys(z,z2). Siden z,z2êQ(w) har vi i lys av (1) og (8) at (9) EMen(z,z2). Men z2êyêEMen*. I lys av (9) følger da zêy. Siden z også er med i Q(w) ifølge (4) har vi zêyΩQ(w). Dette viser at inklusjonen mot venstre holder.

(B) Anta på den annen side for vilkårlig z at (10) zêyΩQ(w). Siden z da er et element i Q(w) følger det at z êI. Da har vi EFys(z,z) og derfor om vi setter

x0=Mg(s: sêI & EFys(s,z) at zêx0 & x0êEFys.

Fra dette og (10) følger zêx0ΩyΩQ(w) og derfor x0ΩyΩQ(w)≠ø. Sammen med (2) og det forhold at x0êEFys* har vi da, ved hjelp av definisjonen av g, at <x0,y>êG(w). Siden SPV;c(w) må G(w) være en funksjon. Vi har derfor G(w)(x0)=y. Det følger (Ex')(zêx' & x'êMg(x: G(w)(x)=y)). Da har man zêUN(Mg(x: G(w)(x)=y)). Men zêQ(w). Det følger derfor at inklusjonen mot høyre i satsen holder. **QED.**

Teorem 4.1.6 Anta wêI. Da gjelder:

yΩQ(w)≠ø & yêEMen* → yêRgn(G(w))

Bevis: Anta (1) wêI & yΩQ(w)≠0 & yêEMen*. Fra dette følger (2) zêyΩQ(w) for noe z. Vi har zêI siden zêQ(w). Setter man x0= Mg(s: sêI & EFys(s,z)) følger at (3) x0êEFys* & zêx0. Da vi åpenbart i lys (1) og (2) at

x0êEFys* & yêEMen* & zêx0ΩyΩQ(w).

Fra dette følger ved hjelp av definisjonen av g at <x0,y>êG(w). Herav (Ex)(<x,y>êG(w)) og derfor yêRgn(G(w)). **QED.**

Teorem 4.1.7 Anta wêI. Da gjelder:

(a) Dom(G(w)) = Mg(x: xêEFys* & xΩQ(w)≠ø)
(b) Rgn(G(w)) = Mg(x: xêEMen* & xΩQ(w)≠ø)
(c) G(w) Inkl EFys*xEMen*

Bevis: *Ad (a)*: Anta for vilkårlig x at (1) xêDom(G(w)). Det finnes da y slik at (2) <x,y>êG(w). Fra dette følger ved hjelp av definisjonen av funksjonen G(w): (3) xêEFys* & xΩQ(w)≠ø. Dette viser at halvdelen mot høyre i (a) holder. Anta på den annen side for vilkårlig at (4) xêEFys* & xΩQ(w)≠ø. Da har man at det finnes w' slik at (5) w'êxΩQ(w). Man har EMen(w',w') siden w'êI og derfor at det finnes y der y= Mg(w: wêI & EMen(w,w')). Det følger at w'êxΩyΩQ(w) & yêEMen*. Men da: (5) xΩyΩQ(w)≠ø & yêEMen*. Fra (4) og (5), samt definisjonen av G(w), følger <x,y>êG(w). Herav xêDom(G(w)).

Ad (b): Anta for vilkårlig y at (1) yêRgn(G(w)). Da finnes x slik at <x,y>êG(w)). Fra dette og definisjonen av g følger: (2) xêEFys* & yêEMen* & xΩyΩQ(w)≠ø. Fra dette følger så åpenbart: yêEMen* & yΩQ(w)≠ø. Dette viser at inklusjonen mot høyre i (b) holder. Anta på den annen side at (3) yêEMen* & yΩQ(w)≠ø for vilkårlig y. Da finnes det w1êyΩQ(w). Sett x= Mg(w': w'êI &EFys(w',w1)). Siden EFys er en ekvivalensrelasjon over I har vi EFys(w1,w1), og derfor w1êx. Det er også klart at xêEFys*. Det følger at (4) xêEFys* & yêEMen* & w1êxΩyΩQ(w). Fra dette følger ved hjelp av definisjonen av G(w) at <x,y>êG(w). Herav kan man så slutte at yêRgn(G(w)). Dette viser at (b) holder.

Ad (c): Dette følger direkte fra definisjonen av funksjonen g. **QED.**

Teorem 4.1.8 Anta wêI. Da gjelder:

(a) G(w) er en en-entydig funksjon hvis og bare hvis
(Q(w)xQ(w))ΩEFys = (Q(w)xQ(w))ΩEMen

(b) G(w);-1 er en funksjon hvis og bare hvis
(Q(w)xQ(w))ΩEMen Inkl EFys.

Bevis: *Ad (a)*: Vi har tidligere vist at G(w) er en funksjon hvis og bare hvis SPV;c(w), dvs. hvis og bare hvis Q(w)xQ(w)ΩEFys Inkl EMen. Dette følger fra Teorem 4.1.2 og Teorem 4.1.3. Gitt dette faktum og (b) ser man at (a) holder: For er G(w) en-entydig har man at såvel G(w) som G(w);-1 er funksjoner og det følger da at Q(w)xQ(w)ΩEFys Inkl EMen og at Q(w)xQ(w)ΩEMen Inkl EFys. Men da
(1) (Q(w)xQ(w))ΩEFys = (Q(w)xQ(w))ΩEMen. Har man på den annen side at (1) holder følger ved hjelp av (b) at G(w);-1 er en funksjon. Ved hjelp av Teorem 4.1.2 og Teorem 4.1.3 følger at G(w) er en funksjon. Men da følger det at G(w) er en en-entydig funksjon. Dette viser at punkt (a) holder.

Ad (b): Anta (1) G(w);-1 er en funksjon. Dette innebærer:
(2) (Ax1)(Ax2)(<x1,y>,<x2,y>êG(w) → x1=x2).
Anta (3) <w1,w2>êQ(w)xQ(w)ΩEMen. Da har vi
(4) w1êQ(w) & w2êQ(w) & EMen(w1,w2).
Dette innebærer at det finnes xêEMen* slik at w1,w2êx. Da har vi xΩQ(w)≠ø og derfor xêRgn(G(w)) = Dom(G(w);-1). Dette følger ved hjelp av det foregående teorem. Anta nå for reduktio ad absurdum at ¬EFys(w1,w2). Da finnes y1,y2êEFys der (5) y1≠y2 & w1êy1 & w2êy2. Da har vi videre i lys av (4) og det at w1,w2êx at
(6.1) w1êy1ΩxΩQ(w) & y1êEFys* & xêEMen*
(6.2) w2êy2ΩxΩQ(w) & y2êEFys* & xêEMen*
Fra dette følger <y1,x>,<y2,x>êG(w). Fra dette og (2) følger imidlertid y1=y2 som åpenbart strider mot (5). Det følger at EFys(w1,w2). Dette viser at den halvdelen mot høyre i (b) holder.

Anta på den annen side at (6) Q(w)xQ(w)ΩEMen Inkl EFys. Vi skal vise at G(w);-1 i så fall er en funksjon. Anta derfor (7) <x1,y>,<x2,y>êG(w). Ved hjelp av definisjonen av G(w) følger da:
(8.1) x1êEFys* & yêEMen* & x1ΩyΩQ(w)≠ø
(8.2) x2êEFys* & yêEMen* & x2ΩyΩQ(w)≠ø
Det følger da at det finnes w1,w2 slik at:
(9) w1êx1ΩyΩQ(w) & w2êx2ΩyΩQ(w)
Da har vi w1,w2êy og derfor, siden yêEMen*, at EMen(w1,w2). Siden w1,w2êQ(w) følger ved hjelp av (6) at EFys(w1,w2). Men w1êx1 & w2êx2 & x1,x2êEFys*. Det følger da at x1=x2. Dette er hva vi ønsker.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED.**

I forbindelse med relasjonen G(w) er det ikke sagt noe så langt om kardinaltallet til domenet og verdiområdet til denne relasjonen. Vi skal nå se nærmere på noen muligheter i denne forbindelse. Betrakt Q(w). Dette er mengden av alle de mulige verdener som er kausalt mulige relativt til verdenen w. I hver av disse mulige verdenene som er med i Q(w) vil det foreligge realisert en eller annen total mental historie. Man kan nå stille spørsmålet om hvor mange distinkte totale historier av denne typen man vil støte på når man gjennomløper Q(w). Det virker da nærliggende å tro at dette antallet må være minst tellbart uendelig hvis vi tar utgangspunkt i en verden w som har visse likhetspunkter med den aktuelle verden. Man erindrer at de enkelte ekvivalensmengdene i EMen* representerer totale mentale historier. En slik mental historie, repesentert ved en ekvivalensmengde x, vil foreligge realisert i en verden w' som er med i Q(w) dersom man har at w' er med i xΩQ(w). Påstanden at mengden av de totale mentale historier som foreligger realisert i de forskjellige verdenene i Q(w) er minst tellbart uendelig kan derfor uttrykkes ved formelen:

(c1) Cd(Mg(x: xêEMen* & xΩQ(w)≠ø)) ≥ Aleph;0.

Anta nå at xêEMen* representerer en mental historie som er kausalt mulig relativt til w. Dette innebærer altså at xΩQ(w)≠ø. I hver av de verdenene w' som er med i xΩQ(w) vil det foreligge realisert en total fysisk historie. Sagt på en annen måte: Enhver slik verden vil ha en total fysisk historie. Hvor man mange distinkte slike totale fysiske historier vil foreligge realisert i de diverse verdnene i xΩQ(w)? Også i denne forbindelse virker det ikke helt urimelig å tenke seg at det kan dreie seg om et antall som er minst tellbart uendelig. Dette kan formelt sett uttrykkes slik:

(c2) (Ax)(xêEMen* & xΩQ(w)≠ø →
Cd(Mg(y: yêEFys* & yΩxΩQ(w)≠ø))≥Aleph;0)

I lys av Teorem 4.1.7 ser man at den første betingelsen, (c1), er ekvivalent med

(c1') Cd(Rgn(G(w))) ≥Aleph;0

Videre ser man ved hjelp av det samme teoremet at den andre betingelsen, (c2), er ekvivalent med

(c2') (Ax)(xêRgn(G(w)) → Cd(Mg(y: <y,x>êG(w)))≥Aleph;0

Vi skal se på en betingelse som er relatert til c2, men som er noe sterkere. Anta xêEMen* og at xΩQ(w)≠ø. En ting er da å spørre om hvor mange distinkte totale fysiske historier som er realisert blandt verdenene i xΩQ(w). En annen ting er å spørre om hvor mange av disse det er som kausalt sett bestemmer det mentale hendelsesforløpet blandt verdenene i xΩQ(w). Man kan derfor i stedet for å spørre om kardinaltallet til Mg(y: yêEFys* & yΩxΩQ(w)≠ø) spørre om kardinaltallet til mengden: Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl xΩQ(w)). Et nærliggende svar er at kardinaltallet til denne mengden er minst tellbart uendelig. Man kan altså betrakte den følgende betingelse som er noe sterkere enn c2:

(c3) (Ax)(xêEMen* & xΩQ(w)≠ø →.
Cd(Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl xΩQ(w)))≥Aleph;0

I forbindelse med disse betraktningene skal vi nå definere to betingelser som vi skal betegne med "Bet1" og "Bet2". En mulig verden w oppfyller kravet Bet1 om den oppfyller de to betigelsene (c1) og (c3). Vi gir de følgende formelle definisjon:

Definisjon 4.1.4 Bet1(w) holder hvis og bare hvis w oppfyller de følgende krav:
(i) wêI
(ii) Cd(Mg(x: xêEMen* & xΩQ(w)≠ø)) ≥ Aleph;0
(iii) (Ax)(xêEMen* & xΩQ(w)≠ø →.
Cd(Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl xΩQ(w)))≥Aleph;0)

En verden wêI oppfyller den andre betingelsen, Bet2, dersom den oppfyller kravene (c1') og (c2'). Formell definisjon:

Definisjon 4.1.5 Bet2(w) holder hvis og bare hvis w oppfyller de følgende krav:
(i) wêI
(ii) Cd(Rgn(G(w))) ≥ Aleph;0
(iii) (Ax)(xêRgn(G(w)) →. Cd(Mg(y: <y,x>êG(w)))≥Aleph;0

Vi skal nå vise at det første av disse to kravene impliserer det andre. Dessuten vil det bli vist at kravene er ekvivalente i nærvær av forutsetningen Func(G(w)).

Teorem 4.1.9 Bet1(w) → Bet2(w)

Bevis: Anta (1) Bet1(w). Da har man
(2) Cd(Mg(x: xêEMen* & xΩQ(w)≠ø))≥Aleph;0
Men i lys av Teorem 4.1.7 har vi Rgn(G(w)) = Mg(x: xêEMen* & xΩQ(w)≠ø)
Det følger at (3) Cd(Rgn(G(w)))≥Aleph;0. Fra (1) følger også ved hjelp av definisjonen av Bet1 at:
(4) (Ax)(xêEMen* & xΩQ(w)≠ø →.
Cd(Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl xΩQ(w)))≥Aleph;0
I lys av teorem 4.1.7 er dette ekvivalent med:
(4.1) (Ax)(xêRgn(G(w)) →.
Cd(Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl xΩQ(w)))≥Aleph;0
For å vise at Bet2(w) holder er det nå tilstrekkelig å bevise:
(5) Mg(x: xêEFys* & ø≠xΩQ(w) Inkl yΩQ(w)) Inkl Mg(x: <x,y>êG(w))
for alle yêRgn(G(w)). Fra dette og (4.1) kan man man da slutte at Bet2(w) holder fordi man har Cd(a)≤Cd(b) om a Inkl b og a og b er mengder. Anta derfor for vilkårlige y,x at:
(6) yêRgn(G(w)) & xêEFys* & ø≠xΩQ(w) Inkl yΩQ(w)
Fra den første konjunkten og Teorem 4.1.7 følger yêEMen*. Fra den siste konjunkten i (6) følger eksistensen av w1 der:
(7) w1êxΩQ(w) & xΩQ(w) Inkl yΩQ(w)
Da har man åpenbart w1êx & w1êyΩQ(w). Det følger at w1êxΩyΩQ(w). Men siden yêEMen* & xêEFys* har vi da ved hjelp av definisjonen av g at <x,y>êG(w). Da følger det selvfølgelig at xêMg(x: <x,y>êG(w)). Dette viser at (5) holder.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED.**

Teorem 4.1.10 Func(G(w)) & Bet2(w). → Bet1(w)

Bevis: Anta (1) Func(G(w)) & Bet2(w). Fra den andre konjunkten i (1) følger
(2) Cd(Rgn(G(w)))≥Aleph;0. Dette impliserer ved hjelp av Teorem 4.1.7 at
(3) Cd(Mg(x: xêEMen* & xΩQ(w)≠ø))≥ Aleph;0
Det vil derfor være tilstrekkelig å vise at det tredje kravet i definisjonen av Bet1 holder. Anta derfor for vilkårlig y at (4) yêEMen* & yΩQ(w)≠ø. Sett a= Mg(x: xêEFys* & ø≠xΩQ(w) Inkl yΩQ(w)). Vi ønsker da å bevise Cd(a)≥Aleph;0. Fra (4) har vi yêRgn(G(w)). Fra dette og det tredje kravet i definisjonen av Bet2 følger Cd(Mg(x: <x,y>êG(w)))≥Aleph;0. For å bevise satsen vil det derfor være helt tilstrekkelig å bevise:
(+) a= Mg(x: <x,y>êG(w))
Anta derfor for vilkårlig z at (5) zêa. Da har vi:
(5.1) zêEFys* & ø≠zΩQ(w) Inkl yΩQ(w)
Dette innebærer at det finnes w1 slik at w1êzΩQ(w). Da har man w1êzΩyΩQ(w) og

siden zêEFys* & yêEMen* følger det ved hjelp av definisjonen av g at <z,y>êG(w). Dette viser at inklusjonen mot venstre (+) holder. Anta på den annen side at (6) <z,y>êG(w) for vilkårlig z. Siden Func(G(w)) har man da (6.1) G(w)(z)=y. Videre må man ved hjelp av definisjonen av g ha
(6.2) zΩyΩQ(w) ≠ø & zêEFys* & yêEMen*. I lys av Teorem 4.1.5 har man:
(6.3) yΩQ(w) = Q(w)ΩUN(Mg(x: G(w)(x) = y))
Men fra (6.1) følger z Inkl UN(Mg(x: G(w)(x)=y)). Man har derfor zΩQ(w) Inkl UN(Mg(x: G(w)(x)=y))ΩQ(w) = yΩQ(w). Fra (6.2) følger dessuten zΩQ(w)≠ø. Man har derfor: zêEFys* & ø≠zΩQ(w) Inkl yΩQ(w). Men dette impliserer åpenbart at zêa. Vi har dermed vist at (+) holder og følgelig levert et fullstendig bevis for satsen. **QED.**

For å belyse forskjellen på de to betingelsene Bet1 og Bet2 kan man studere figurene i Appendix I, Figur 1 og Figur 2

Når det gjelder Figur 1 er meningen denne: Vi tenker oss at verdenene i Q(w) er representert ved punktene innenfor kvadratet. Man ser at dette er delt opp som en uendelig NxN-matrise med tellbart uendelig mange rader og tellbart uendelig mange kolonner. Mao. tenker vi oss en funksjon £ som avbilder hvert element i NxN på en ikke-tom delmengde av Q(w), og som er slik at £(a)Ω£(b) = ø om a≠b. Dette innebærer at de enkelte elementene i verdiområdet til funksjonen £ er innbyrdes disjunkte og ikke-tomme. Som man ser antyder også figuren at summen av de enkelte småkvadratene er hele det store kvadratet. Dette anskueliggjør det forhold at Q(w) = UN(Rgn(£)). Vi tenker oss følgelig at:

(1.1) £: NxN → Pt(Q(w))
(1.2) (Ax)(xêDom(£) → £(x)≠ø)
(1.3) (Ax)(Ay)(x,yêDom(£) & x≠y . → £(x)Ω£(y) =ø)
(1.4) Q(w) = UN(Rgn(£))

Vi tenker oss også at de enkelte småkvadratene som representerer £(1,1), £(1,2), £(1,3),..., £(2,1), £(2,2), £(2,3),... osv, dvs .som representerer de diverse £(i,j) ettersom <i,j> gjennomløper NxN skal representere de de diverse xΩQ(w) der vi har xêEFys* & xΩQ(w)≠ø. Mao. er det meningen at figuren skal illustrere en situasjon der man har :

(1.5) Rgn(£) = Mg(y: (Ex)(xêEFys* & xΩQ(w)≠ø & y = xΩQ(w)))

De lange horisontale radene på figuren som er avgrenset ved tykke linjer er det meningen at skal representere de diverse y der vi har yêEMen* & yΩQ(w)≠ø. I den situasjon som er anskueliggjort ved figuren har man altså at

(1.6) Mg(UN/j,1,∞/(£(i,j)): iêN) =
Mg(z: (Ey)(yêEMen & yΩQ(w)≠ø & z=yΩQ(w)))

Når det altså gjelder den første figuren ser man lett at dersom (1.1) - (1.6) holder så har man at G(w) er en funksjon og at Bet2(w) holder. Dette impliserer selvfølgelig at w er en verden hvor det mentale er supervenient i forhold til det fysiske. Man kan sammenfatte dette i et teorem:

Teorem 4.1.11 Anta (1.1) – (1.6) holder. Da gjelder Bet2(w) & Func(G(w))

Meningen med Figur 2 i Appendix I er å anskueliggjøre en mulig situasjon der man har at Bet1(w) holder, men hvor man har at G(w) ikke er noen funksjon. Dette innebærer at figuren antyder en situasjon hvor verdenen w ikke er en der det metale er supervenient i relasjon til det fysiske.

I forbindelse med denne figuren tenker vi oss at de enkelte smårutene £(i,j) oppfyller kravene (1.1) - (1.5), men ikke kravet (1.6). Vi tenker oss også at vi har for oss en funksjon ¥ som oppfyller de følgende krav:

(2.1) ¥: N → Pt(Q(w))
(2.2) (Ax)(xêN → ¥(x)≠ø)
(2.3) (Ax)(Ay)(x,yêN & x≠y. → ¥(x)Ω¥(y)=ø)
(2.4) Q(w) = UN/i,1,∞/(¥(i))
(2.5) Rgn(¥) = Mg(y: (Ex)(xêEMen* & xΩQ(w)≠ø & y=xΩQ(w)))

De enkelte ¥(i) for i=1,2,3,.... er anskueliggjort ved de horisontale radene som er avgrenset ved tykke linjer. Figur 2 anskueliggjør også en situasjon der de følgende sammenhenger mellom ¥ og £ holder:

(3.1) UN/j,1,∞/(£(1,j)) Inkl ¥(1)
(3.2) Er n≥2 har man UN/j,1,∞/(£(2(n-1)+1,j) Inkl ¥(n)
(3.3) Er n≥2 har man (Aj)(jêN →
£(2(n-1),j)Ω¥(n)≠ø & £(2(n-1),j)Ω ¥(n-1)≠ø))
(3.4) Er n≥2 har man (Aj)(jêN →
£(2(n-1)+2,j)Ω¥(n)≠ø & £(2(n-1)+2,j)Ω ¥(n+1)≠ø))
(3.5) Er n≥2 har man (Aj)(jêN → £(2(n-1),j) Inkl ¥(n-1)U¥(n))

Gitt at disse kravene er oppfylt er det forholdsvis lett å se at Bet1(w) holder, men at man ikke har Func(G(w)) & Bet2(w). Dette siste kan oppføres som et eget teorem. Man har:

Teorem 4.1.12 Anta (1.1) – (1.5), (2.1) – (2.5) og (3.1) – (3.5) holder. Da gjelder Bet1(w), men ikke Func(G(w)).

Å anta at det mentale, eller noe mer omfattende, det fysiske, er supervenient i forhold til det fysiske kan fortone seg som en temmelig dristig antagelse. Jeg vet ærlig talt ikke helt hvordan jeg skal forholde meg til den. Det virker som det mest fornuftige er å ikke ta noen bestemt stilling, men se på tesen som en mulighet. Naturligvis har vi heller ikke innenfor den rammen vi har arbeidet med så langt vist noe slikt som at det finnes verdener w som oppfyller kravet SPV;c(w). Heller ikke har vi vist at den aktuelle verden (om det finnes noe slikt) oppfyller dette kravet. Det som har blitt gjort ovenfor er noe langt mer beskjedent: Vi har undersøkt hvordan betingelsen SPV;c(w) kan reformuleres på forskjellige måter innenfor rammen av TMF. Dernest har det blitt gitt bevis for at reformuleringene faktisk er ekvivalente med betingelsen.

Vi er nå interessert i å se litt nærmere på hva betingelse "Bet1(w)" impliserer. Først kan man iakta følgende: Holder Bet1(w) vil enhver maksimalt konsistent mengde av mentale utsagn som er konsistent med de årsakslovene som gjelder i w være kausalt implisert av minst tellbart uendelig mange maksimalt konsistente mengder av rent fysiske utsagn som også er konsistente med de lover som gjelder w. I denne forbindelse minnes det om definisjonen av noen elementære begreper. Anta X er en ikke-tom utsagnsmengde og at a er en ikke-tom delmengde av X. Da sies a å være maksimalt konsistent med hensyn på X hvis og bare hvis a oppfyller to krav: (i) a er en konsistent utsagnsmengde. (ii) Det er umulig å utvide a med ytterligere noen elementer fra X slik at resultatet fremdeles blir konsistent. Brukes "Max;k(a,X)" som forkortelse for frasen " a er maksimalt konsistent med hensyn på X" kan denne definisjonen formuleres presist slik:

Definisjon 4.1.6 Max;k(a,X) ↔. XêPt(U) & ø≠a Inkl X & Cons(a) &
¬(Ey)(yêX & ¬(yêa) & Cons(aU{y}))

Gitt denne definisjonen kan teoremet vi antydet formuleres slik:

Teorem 4.1.13 Anta Bet1(w) holder. Anta aêPt(U(EMen)) og at man har Cons(aU Mg(x: CLov;w(x))) og Max;k(a,U(EMen)). Da finnes det en funksjon ¥ som oppfyller de følgende krav:

(i) ¥: N –(1-1)→ Pt(U(EFys))
(ii) (An)(nêN → Max;k(¥(n), U(EFys)))
(iii) (An)(nêN → Cons(¥(n) U Mg(x: CLov;w(x))))
(iv) (An)(nêN → CImp;w(SNu(a), ¥(n))

En annen måte å utrykke innholdet i teoremet ovenfor på er denne: Gitt at Bet1(w) holder er den fysiske virkelighet underbestemt i relasjon til enhver maksimalt konsistent mental teori som er kompatibel med kausallovene som gjelder i verdenen w. Dette innebærer at uansett hvor mye man observerer og uansett hvor mye man får av viten vil dette aldri være nok til å fiksere fullstendig den fysiske virkelighet selv når vi tar med et fullstendig kjennskap til alle de kausallovene som gjelder. Det virker som om denne implikasjonen av Bet1(w) ikke er uten enhver plausibilitet. I det minste er det vanskelig å få øye på noen virkelig overbevisende argumenter for det motsatte.

Før vi gir beviset for teoremet ovenfor skal vi bevise den følgende hjelpesetning.

Lemma 4.1.1 Anta e er en ekvivalensrelasjon over I. Da gjelder følgende:

(a) (Ay)(yêe* → y = SNu(Mg(u: uêU(e) & y Inkl μ(u))))
(b) Max;k(a, U(e)) & aêPt(U(e)) → (Ey)(yêe* & μ(SNu(a)) = y)
(c) aêPt(U(e)) →. Max;k(a, U(e)) ↔
(Ey)(yêe* & a= Mg(u: uêU(e) & y Inkl μ(u)))

Bevis: *Ad (a)*: Anta (1) yêe*. Vi ser først på inklusjonen mot høyre: Anta for vilkårlig w at (2) wêy. Det vil da være tilstrekkelig å bevis:

(3) (Au)(uêU(e) & y Inkl μ(u). → wêμ(u)). Anta derfor for vilkårlig u at uêU(e) & y Inkl μ(u). Fra dette og (2) følger trivielt wêμ(u). Dette viser at inklusjonen mot høyre holder. Inklusjonen mot venstre. Anta for vilkårlig w at (4) (Au)(uêU(e) & y Inkl μ(u). → wêμ(u)). Fra (1) og definisjonen av U(e) følger at μ;-1(y)êU(e). Videre har vi åpenbart y Inkl μ(μ;-1(y)). Fra disse to tingene og (4) følger så wêμ(μ;-1(y))=y. Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for (a).

Ad (b): Anta (1) Max;k(a,U(e)) & aêPt(U(e)). Fra (1) og definisjonen av Max;k følger (2) Cons(a). Herav følger at det finnes w der man har
(3) wêI & (Au)(uêa → wêμ(u)). Sett per definisjon (4) y= Mg(w': <w,w'>ê). Da har vi åpenbart (5) yêe*. Vi ønsker først å bevise: (6) y Inkl μ(SNu(a)). Anta derfor for vilkårlig w' (7) w'êy. Da har vi <w,w'>êy. Vi må vise w'êμ(SNu(a)), med andre ord at (Az)(zêa → wêz). Anta derfor for vilkårlig z at (8) zêa. Da har vi zêU(e) og derfor at det finnes q slik at (9) μ(z)=UN(q) & q Inkl e*. Fra (3) og (8) følger at (10) wêμ(z). Fra

dette og (9) har man :   wêUN(q). Man kan derfor slutte at det finnes b   der (11)   wêb & bêq & bêe*.   Siden y,bêe* & wêy & wêb kan man slutte at b=y siden de enkelte ekvivalensklassene i e* er disjunkte. Men siden w'êy må man da ha at w'êbêq. Herav w'êUN(q) = μ(z).   Vi har nå vist at (Az)(zêa → w'êμ(z)). Herav w'êμ(SNu(a)). Dette viser at (6) holder.

Vi må imidlertid også vise at (12) μ(SNu(a)) Inkl y.   Anta derfor   for vilkårlig w'   at (13)   (Az)(zêa → w'êμ(z)). Sett nå (14) u0= μ;-1(y) der y er definert som ved (4) ovenfor. Da har vi yêe* og følgelig i lys av definisjonen av U(e) at (15) u0êU(e). Videre har man wêμ(u0). Fra dette og (3) følger at aU{u0} er konsistent, ie. (16) Cons(aU{u0}). Fra (1), (15) og (16) følger ved hjelp av definisjonen av Max;k at u0êa.   Fra dette og (13) har vi så w'êμ(μ;-1(y)) = y. Dette viser at (12) holder.   Fra (5), (6) og (12) følger så det vi ønsker, nemlig: (Ey)(yêe* & μ(SNu(a)) = y).   Dette viser at punkt (b) holder.

Ad (c):   Vi gir først bevis for halvdelen mot høyre: Anta (0) aêPt(U(e)) & Max;k(a,U(e)). Da har vi ved hjelp av punkt (b) at det finnes y der:
(1) yêe* & μ(SNu(a)) =y.   Det vil nå være tilstrekkelig å bevise:
(2)   a = Mg(z: zêU(e) & y Inkl μ(z)).   Vi tar først for oss inklusjonen mot høyre: Anta zêa. Da har vi μ(SNu(a)) Inkl μ(z). Det følger i så fall ved hjelp av (1) at
y Inkl μ(z). Siden (0) holder har vi a Inkl U(e).   Det følger at zêU(e) & y Inkl μ(z). Dernest gir vi bevis for inklusjonen mot venstre i (2): Anta for vilkårlig z at zêU(e) & y Inkl μ(z). Anta for reduktio at ¬(zêa).   Da har man, siden y≠ø, at det finnes w slik at (4) wêy Inkl μ(z).   Videre har vi i lys av (1) at wêμ(SNu(a)). Disse to forhold impliserer Cons(aU{z}). Dette innebærer imidlertid at a ikke kan være maksimal, noe som strider mot (0). Det følger at zêa. Dermed har vi vist riktigheten av (2).

Det gjenstår å gi et bevis for halvdelen mot venstre i (c).   Anta derfor
(1) aêPt(U(e))   og   (2) yêe* & a=Mg(z: zêU(e) & y Inkl μ(z)) for noe y.   Sett per definisjon   u0= μ;-1(y).   Da har vi åpenbart u0êa.   Derfor: (3) a≠ø & a Inkl U(e). Siden yêe* har man y≠ø og derfor at det finnes w slik at wêy.   Det følger at (Az)(zêa → wêμ(z)). Herav   (4) Cons(a).   Anta for reduktio ad absurdum at det finnes q slik at   (5) qêU(e) & ¬(qêa) & Cons(aU{q}).   Fra den siste konjunkten i (5) følger eksistensen av w1 der man har: (6) (Az)(zêa → w1êμ(z)) & w1êμ(q). Fra den første konjunkten i (5) kan man slutte at det finnes b der:

(7)   μ(q) =UN(b) & b Inkl e*

Siden ¬(qêa) har man i lys av (2) at   (8) ¬(y Inkl μ(q)). Anta mot formodning at det fantes w2 slik at w2êI & w2êy & w2êμ(q). Da ville man ha w2êrêb for noe rêe*. Siden yêe* og de enkelte ekvivalensmengdene i e* er innbyrdes disjunkte følger i så fall at y=r og derfor at y Inkl UN(b)=μ(q).   Dette strider imidlertid mot (8).   Man kan derfor slutte: (9)   yΩμ(q) =ø. Nå har vi u0êa. I lys av (6) følger derfor w1êμ(u0)=y. Men w1êμ(q). Det følger at yΩμ(q)≠ø.   Men dette strider mot (9).   Det følger at man kan utlede en motsigelse fra (5). Sammen med (1), (3), (4) og definisjonen av Max;k impliserer dette det vi ønsker, nemlig Max;k(a,U(e)).

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. QED.

Bevis for Teorem 4.1.13:   Anta (1) Bet1(w) holder. Anta dessuten at
(2) aêPt(U(Emen))   og at   (3) Cons(aUMg(x: CLov;w(x))) & Max;k(a,U(EMen)). Fra (2) og (3) og den hjelpesetningen vi har bevist ovenfor følger, om vi setter
(4) x0=μ(SNu(a)) at   (5) x0êEMen*.   Videre følger fra (3) at

(6)   μ(SNu(a)Ω SNu(Mg(x: CLov;w(x))))≠ø

Siden μ(SNu(Mg(x: CLov;w(x))))= Q(w) & μ(SNu(a)) = x0 følger herav
(7) x0ΩQ(w)≠ø.   Fra (1) følger ved hjelp av definisjonen av Bet1 at

(8) (Ax)(xêEMen* & xΩQ(w)≠ø →

Cd(Mg(y: yêEFys* & ø≠ Q(w)Ωy Inkl Q(w)Ωx))≥ Aleph;0

Fra (5), (7) og (8) kan man slutte:

(9) Cd(Mg(y: yêEFys* & ø ≠ Q(w)Ωy Inkl Q(w)Ωx0)) ≥ Aleph;0

Dette impliserer i sin tur at det finnes en en funksjon f der:

(10.1) f: N –(1-1)→ EFys*

(10.2) (An)(nêN → ø≠Q(w)Ωf(n) Inkl Q(w)Ωx0)

Vi definerer nå funksjonen ¥ på følgende måte:

(11) ¥(n) = Mg(z: zêU(EFys) & f(n) Inkl µ(z))

Da har man:

(12) ¥: N –(1-1)→ Pt(U(EFys))

Det skulle være åpenbart at man har ¥: N→ Pt(U(EFys)) på basis av definisjonen av ¥. Vi bør midlertid vise at ¥ er en-entydig. Anta derfor n,mêN & n≠m. Fra (10.1) følger da f(n)≠f(m). Siden f(n), f(m)êEFys* følger da at f(n)Ωf(m)=ø. (De enkelte ekvivalensmengdene i EFys* er innbyrdes disjunkte). Sett nå per definisjon u1= µ;-1(f(n)) & u2=µ;-1(f(m)). Da har vi åpenbart at u1,u2êU(EFys).

Anta for reduktio ad absurdum at ¥(n)=¥(m). Fra dette og (11) følger da

Mg(z: zêEFys* & f(n) Inkl µ(z)) = Mg(z: zêEFys* & f(m) Inkl µ(z))

Nå har man u1êU(EFys) & f(n) Inkl µ(u1). Det følger derfor at f(m) Inkl µ(u1).
Dette innebærer f(m) Inkl µ(µ;-1(f(n))) = f(n). Dette er imidlertid umulig siden f(n) og f(m) er med i EFys* og derfor er disjunkte og ikke-tomme.

Dette viser at (12) holder.

I kraft av den hjelpesetningen som ble bevis har vi også:

(13) (An)(nêN → Max;k(¥(n), U(EFys)))

Anta nå for vilkårlig n at (14) nêN. Da har man µ(SNu(¥(n))) =f(n) og derfor i lys av (10.2) at ø≠Q(w)Ωf(n). Men fra dette følger Cons(¥(n)UMg(x: CLov;w(x))).

Man har derfor:

(15) (An)(nêN → Cons(¥(n)ΩMg(x: CLov;w(x))))

Anta igjen for vilkårlig n at nêN. Ved hjelp av (10.2) følger da
(16) Q(w)Ωf(n) Inkl x0. Dette innebærer at

(17) Q(w)Ωµ(SNu(¥(n))) Inkl µ(SNu(a))

Men herav kan man slutte: (18) CImp;w(SNu(a), SNu(¥(n)))
Siden n var vikårlig har vi: (19) (An)(nêN → CImp;w(SNu(a), SNu(¥(n))))
Fra (12), (13), (15) og (19) følger det at satsen holder. **QED.**

Endel andre implikasjoner av Bet1(w) vil også bli studert. Vi skal kalle et utsagn x for kausalt kontingent med hensyn på verdenen w, i symboler "Ctg;w(x)" hvis og bare hvis utsagnet x, såvel som negasjonen av x, er konsistent med konjunksjonen av alle de kausallovene som gjelder i verdenen w. Definisjonen kan formuleres slik:

Definisjon 4.1.7 Ctg;w(x) ↔. Cons({x}U Mg(x: CLov;w(x))) &
Cons({Neg(x)} U Mg(x: CLov;w(x)))

Gitt at Bet1(w) holder kan man slutte at ethvert mentalt utsagn som er kausalt kontingent relativt til verdenen w er implisert av minst tellbart uendelig mange innbyrdes uforenelige, rent fysiske, utsagn som også er kausalt kontingente relativt til w. Dette er innholdet i de følgende satser:

Teorem 4.1.14 Anta Bet1(w) holder. Anta videre at xêU(EMen) & Ctg;w(x). Da gjelder:

Cd(Mg(y: yêU(EFys) & Ctg;w(y) & CImp;w(x,y))) ≥ Aleph;0

Bevis: Anta (1) Bet1(w) & xêU(EMen). Anta dessuten at (2) Ctg;w(x). Fra (2) og definisjonen av Ctg følger det at det finnes w1,w2 der vi har:

(3) w1êμ(x) & w1êQ(w) og (3.1) ¬(w2êμ(x)) & w2êQ(w)

Siden xêU(EMen) har man at det finnes a slik at

(4) a Inkl EMen* & μ(x) = UN(a)

Fra dette og (3) kan man slutt w1êUN(a) og derfor at det finnes m slik at (5) w1êm & mêa. I lys av (3) og (4) har man derfor:

(6) mêEMen* & w1êmΩQ(w). Fra dette, (1) og definisjonen av Bet1 følger:

(7) Cd(Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl mΩQ(w))) ≥ Aleph;0

Sett Z = Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl mΩQ(w)). Fra (7) følger det da at det finnes en funksjon £ der vi har (8) £: N –(1-1)→ Z. Vi definerer en ny funksjon £2 ved å sette:

(9) £2(n) = μ;-1(£(n)) om nêN

Man ser da at følgende holder for alle nêN: (9.1) £2(n)êU(EFys). Dette er temmelig opplagt siden £(n)êEFys*. Er nêN har man også

(9.2) μ(£2(n))ΩQ(w) Inkl m Inkl UN(a)=μ(x)

Men dette innbærer at (9.3) CImp;w(x, £2(n)). Videre har man, om nêN, ø≠ μ(£2(n))ΩQ(w) & ø≠μ(£2(n+1))ΩQ(w). Fra dette og definisjonen av Ctg kan man slutte at (9.4) Ctg;w(£2(n)). Siden £ er en-entydig følger det at £2 er en-entydig. Herav kan man slutte at Cd(Rgn(£2)) ≥ Aleph;0. Men i lys av (9.1) – (9.4) følger:

Rgn(£2) Inkl Mg(y: yêU(EFys) & Ctg;w(y) & CImp;w(x,y))

Det følger at konklusjonen i teoremet holder. **QED.**

Fra beviset for forrige sats ser man lett at Rgn(£2) oppfyller kravet til Δ, og kravene (i) - (iv), i den følgende sats. Vi har derfor:

Teorem 4.1.15 Anta Bet1(w) holder. Anta xêU(EMen) & Ctg;w(x). Da finnes det en utsagns mengde Δ som oppfyller de følgende krav:

(i) Δ Inkl U(EFys)
(ii) Δ er tellbart uendelig, ie. Cd(Δ)≥Aleph;0
(iii) (Ay)(yêΔ → Ctg;w(y))
(iv) (Ay)(yêΔ → CImp;w(x,y))

Teorem 4.1.16 Anta Bet1(w) holder. Anta xêU(EMen) & Ctg;w(x). Da finnes en uendelig sekvens av utsagn <£(n)>/nêN/ der man har:

(i) (An)(nêN →. Ctg;w(£(n)) & £(n)êU(EFys))
(ii) (An)(nêN → CImp;w(£(n+1), £(n)))
(iii) (An)(nêN → CImp;w(£(n),x))
(iv) (An)(nêN → ¬CImp;w(£(n),£(n+1)))

Hva denne satsen sier er dette: Anta w er en verden som oppfyller betingelsen Bet1 og at x er et mentalt utsagn som er kontingent relativt til w. Da finnes det en uendelig sekvens av fysiske utsagn som alle er kausalt implisert av x relativt til w og der hvert utsagn i sekvensen impliserer det neste. Dessuten er alle de fysiske utsagnene kausalt kontingente relativt til w.

Bevis: Anta (1) Bet1(w) & xêU(EMen). Anta dessuten at (2) Ctg;w(x). Fra (2) og definisjonen av Ctg følger det at det finnes w1,w2 der vi har:

(3) w1êμ(x) & w1êQ(w) og (4) ¬(w2êμ(x)) & w2êQ(w).

Det siste impliserer (4.1) w2êµ(Neg(x)) & w2êQ(w). Siden xêU(EMen) må det finnes a der vi har (5) a Inkl EMen* og dessuten (6) µ(x)=UN(a). Vi har da at (7) µ(Neg(x)) = UN(EMen*–a). Fra (4.1) og (7) følger w2êUN(EMen*–a) og derfor at det finnes noe m med følgende egenskaper: (8) w2êm & mê(EMen*–a). Vi har da ved hjelp av (4.1) at (9) mêEMen* & w2êmΩQ(w). Fra dette og det forhold at Bet1(w) følger:

(10) Cd(Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl Q(w)Ωm)) ≥ Aleph;0. La oss sette per definisjon:

Z = Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) & yΩQ(w) Inkl Q(w)Ωm)

Da har vi at det finnes en funksjon (11) ¥: N –(1-1)→ Z. Vi kan nå definere den utsagnssekvensen £ som vi trenger. La oss imidlertid først sette:

(12) q= UN(y: yêEFys* & yΩµ(x)ΩQ(w)≠ø)

Vi setter så: (13) £(n) = µ;-1(qU UN(¥(i): 1≤i≤n)). Det gjenstår nå bare å vise at £ oppfyller kravene (i) – (iii), samt (iv).

Ad (iii): Anta nêN. Vi må da vise at µ(x)ΩQ(w) Inkl µ(£(n)) Anta for vilkårlig r at rêµ(x)ΩQ(w). Da har man at det finnes fêEFys* slik at rêf. Vi har i så fall sêfΩµ(x)ΩQ(w). Da fΩµ(x)ΩQ(w)≠ø & fêEFys*. Fra dette og (12) følger: f Inkl q. Man har derfor rêq. Men q Inkl µ(£(n))= qU UN(¥(i): 1≤i≤n). Det følger at rêµ(£(n)). Dette er hva vi ønsker.

Ad (ii): Anta for vilkårlig n at nêN. Det vil være tilstrekkelig å gi bevis for: (14) Q(w)Ωµ(£(n)) Inkl µ(£(n+1)). Anta derfor for vilkårlig r at (15) rêQ(w) & rêµ(£(n)). Da har vi (16) rê qU UN(¥(i): 1≤i≤n). Men da følger umiddelbart qU UN(¥(i): 1≤i≤n+1) = µ(£(n+1)).

Ad (i): La oss først vise at £(n)êU(EFys). Sett per definisjon: c= Mg(y: yêEFys* & yΩµ(x)ΩQ(w)≠ø). Da har vi åpenbart at cUMg(¥(i): 1≤i≤n) Inkl EFys* siden de diverse ¥(j) for j=1,2,3,.... jo er med i Z som er inkludert i EFys*. Nå har vi videre at £(n) = µ;-1(cUMg(¥(i): 1≤i≤n)). Det følger da ved hjelp av definisjonen av U(EFys) at £(n)êU(EFys).

Det må også godtgjøres at Ctg;w(£(n)) for alle nêN. Nå har man at Ctg;w(x). Dette innebærer at det finnes w1 der w1êµ(x) & w1êQ(w). Fra dette og punkt (iii), som vi nå har bevist, følger det at w1ê£(n) & w1êQ(w). Vi må imidlertid også vise at det finnes w2 slik w2êQ(w) & w2êµ(Neg(£(n)). Siden vi har at ¥ er en-entydig og at de diverse elementene i Rgn(¥) er med i Z som består av innbyrdes disjunkte mengder har vi at det må finnes w2 der:

(16) w2ê¥(n+1) & (Aj)(jê{1,...,n} → ¬(w2ê¥(j)))

Det vil være tilstrekkelig å vise at w2 ikke er med i q. Anta derfor for reduktio ad absurdum at w2êq. Da har man i lys av definisjonen av q at det finnes y0 der:

w2êy0 & y0êEFys* & y0Ωµ(x)ΩQ(w)≠ø. Fra den siste konjunkten her følger at det finnes w3 der w3êy0 & w3êµ(x) & w3êQ. Siden w3êµ(x) følger det at w3êUN(a). Herav kan vi så slutte (17) ¬(w3êm). Men ¥(n+1)êZ. Det følger da i lys av definisjonen av Z og (16) at

(18) w2ê¥(n+1) & ø≠¥(n+1)ΩQ(w) Inkl mΩQ(w) & ¥(n+1)êEFys*

Siden ¥(n+1)êEFys* og y0êEFys* & w2êy0 & w2ê¥(n+1) kan man slutte at ¥(n+1)=y0. Det følger da at w3ê¥(n+1) & w3êQ(w). Men dette og (18) gir oss w3êm som strider mot (17). Det følger at ¬(w2êq). Dermed har vi vist at (i) holder.

Ad (iv): Anta for vilkårlig n at nêN. Det vil være tilstrekkelig å gi bevis for: (18) ¬(Q(w)Ωµ(£(n)) Inkl µ(£(n+1))) Dette innebærer at vi må vise at det finnes w1 der vi har (19) w1êµ(£(n+1)) & ¬(w1êQ(w)Ωµ(£(n))). Nå har man at

µ(£(n+1)) = qU UN(Mg(¥(i): 1≤i≤n+1)). Vi har åpenbart at ¥(n+1) Inkl µ(£(n+1)). Dessuten har vi ¥(n+1) êEFys* og derfor at ¥(n+1) er ikke-tom. Dette innebærer at det må finnes w1 der vi har w1ê¥(n+1). Anta nå for reduktio ad absurdum at w1êQ(w)Ωµ(£(n)). Da har vi:

(19) w1êQ(w) & w1êqU UN(Mg(¥(i): 1≤i≤n))
Siden de diverse ¥(i) for i=1,2,.... osv er innbyrdes disjunkte og w1ê¥(n+1) følger det at w1êq. Da har man i lys av definisjonen av q at det finnes y0 der:

w1êy0 & y0êEFys* & y0Ωµ(x)ΩQ(w)≠ø. Fra den siste konjunkten her følger at det finnes w3 der w3êy0 & w3êµ(x) & w3êQ. Siden w3êµ(x) følger det at w3êUN(a). Herav kan vi så slutte (20) ¬(w3êm). Men ¥(n+1)êZ. Det følger da i lys av definisjonen av Z og det at w1ê¥(n+1) at

(21) w1ê¥(n+1) & ø≠¥(n+1)ΩQ(w) Inkl mΩQ(w) & ¥(n+1)êEFys*
Siden ¥(n+1)êEFys* og y0êEFys* & w1êy0 & w1ê¥(n+1) kan man slutte at ¥(n+1)=y0. Det følger da at w3ê¥(n+1) & w3êQ(w). Men dette og (21) gir oss w3êm som strider mot (20). Det følger at ¬(w1êq). Dermed har vi vist at (iv) holder.

Dette avslutter beviset for satsen. **QED.**

Teorem 4.1.17 Anta det følgende holder:
(i) wêI
(ii) (Ax)(xêU(EMen) → (Aw')(w'êµ(x)ΩQ(w) →
(Ey)(yêU(EFys) & w'êµ(y) & CImp;w(x,y))))
Da gjelder: Func(G(w))

Bevis: Anta forutsetningene (i) og (ii) holder. Vi må vise at G(w) er en funksjon. Anta derfor for reduktio ad absurdum at det finnes x,y1,y2 der:
(1) <x,y1>êG(w) & <x,y2>êG(w) & y1≠y2
Ved hjelp av definisjonen av G(w) følger fra dette:
(2.1) xêEFys* & y1êEMen* & xΩy1ΩQ(w)≠ø
(2.2) xêEFys* & y2êEMen* & xΩy2ΩQ(w)≠ø
Fra (2.1) og (2.2) følger eksistensen av s1,s2 der vi har:
(3) s1êxΩy1ΩQ(w) & s2êxΩy2ΩQ(w)
Siden y1≠y2 og y1,y2êEMen* har vi (4) y1Ωy2=ø. Sett nå per definisjon (5) m= µ;-1(y1). Da har vi at (6) µ(m) = y1= UN({y1}) og (7) {y1} Inkl EMen*. Det følger derfor at (8) mêU(EMen). Fra (8) og forutsetning (ii) kan man slutte:
(9) (Aw')(w'êµ(m)ΩQ(w) →
(Ey)(yêU(EFys) & w'êµ(y) & CImp;w(m,y)))
Fra (3), (5) og (9) følger: (19) (Ey)(yêU(EFys) & s1êµ(y) & CImp;w(m,y)). Det følger at det må finnes z0 der man har:
(11.1) z0êU(EFys)
(11.2) s1êµ(z0)
(11.3) CImp;w(m,z0)
Fra (11.1) og definisjonen av U(EFys) kan man slutte at det må finnes a der:

(12) a Inkl EFys* og (13) µ(z0) = UN(a). Siden s1êµ(z0) følger da eksistensen av q der man har: (14) s1êq & qêa & qêEFys*. Siden s1êxêEFys* må man da ha at q=x. Det følger derfor at (15) x Inkl UN(a)=µ(z0). Fra (11.3) og definisjonen av CImp følger: (16) (Aw')(w'êQ(w) & w'êµ(z0). → w'êµ(m)). Nå har man ved hjelp av (3) at s2êx & s2êQ(w). Fra dette og (15) følger: s2êQ(w) & s2êµ(z0). Fra dette og (16) kan man slutte: (17) s2êµ(m)=µ(µ;-1(y1)) = y1. Men ifølge (3) har vi s2êy2. Det følger derfor at y1Ωy2≠ø. Men dette strider åpenbart mot (4). Det følger at det ikke kan finnes x, y1 og y2 slik at (1) holder. Derfor Func(G(w)). **QED.**

Teorem 4.1.18 Anta det følgende holder:
(i) wêI

(ii) Func(G(w))
Da gjelder:
(Ax)(xêU(EMen) → (Aw')(w'êµ(x)ΩQ(w). →
(Ey)(yêU(EFys) & w'êµ(y) & CImp;w(x,y))))

Bevis: Anta forutsetningene i satsen holder. Anta videre for vilkårlig x at (1) xêU(EMen). Anta videre for vilkårlig w' at (2) w'êµ(x)ΩQ(w). Vi ønsker da å vise at (Ey)(yêU(EFys) & w'êµ(y) & CImp;w(x,y)). Fra (1) og definisjonen av U(EMen) følger det at det finnes en mengde a slik at

(3) a Inkl EMen* & µ(x)=UN(a). Fra dette og (2) kan vi slutte at det finnes noe q slik at (4) w'êq & qêa & qêEMen* & w'êQ(w). Fra dette følger at qΩQ(w)≠ø & qêEMen*. Ved hjelp av Teorem 4.1.7 kan man da slutte
(4) qêRgn(G(w)) Fra dette, Teorem 4.1.3 og Teorem 4.1.5 kan man så slutte i lys av forutsetning (ii): (5) qΩQ(w) = Q(w)ΩUN(Mg(x: G(w)(x) = q)). Siden w'êqΩQ(w) i lys av (4) har vi derfor at w'êUN(Mg(x: G(w)(x)=q)). Dette innebærer at det finne x0 der vi har:

(6) w'êx0 & G(w)(x0)=q. Da følger <x0,q>êG(w) og derfor ved hjelp av definisjonen av G(w) at (7) x0êEFys*. Sett nå per definisjon: (8) u0=µ;-1(x0).
Da har vi u0=UN({x0}) & {x0} Inkl EFys*. Det følger at (9) u0êU(EFys). Videre har vi åpenbart at (10) w'êµ(u0). Det gjenstår å vise at CImp;w(x,u0). For dette formål vil det være tilstrekkelig å bevise:

(11) Q(w)Ωµ(u0) Inkl µ(x). Nå har man i lys av (6), (5), (4) og (3):
Q(w)Ωµ(u0) = Q(w)Ωx0 Inkl Q(w)ΩUN(Mg(x: G(w)(x) = q)) =
qΩQ(w) Inkl q Inkl µ(x)

Dette viser at (11) holder. Fra (9), (10) og (11) følger så det vi ønsker, nemlig: (Ey)(yêU(EFys) & w'êµ(y) & CImp;w(x,y)). **QED.**

Teorem 4.1.19 Anta det følgende holder:
(i) wêI
(ii) (Ax)(xêU(EMen) & w ╞x . →
(Ey)(yêU(EFys) & wêµ(y) & CImp;w(x,y)))
Da gjelder: Q(w)ΩMg(s: EFys(w,s)) Inkl Mg(s: EMen(w,s))

Bevis: Anta forutsetningene i satsen holder. Anta dessuten for reduktio ad absurdum at det finnes w1 der (1) w1êQ(w)ΩMg(s: EFys(w,s)) og
(2) ¬EMen(w1,w). Vi ønsker naturligvis å vise at (1) og (2) leder til en motsigelse. Sett per definisjon (3) m= µ;-1(Mg(w': EMen(w',w)). Da har man åpenbart
(4) mêU(EMen) & wêµ(m). Fra (4) og forutsetning (ii) følger at det finnes y der:

(5.1) yêU(EFys)
(5.2) wêµ(y)
(5.3) CImp;w(m,y)

Det følger fra (5.1) at det finnes a der (6) a Inkl EFys* & µ(y) = UN(a). Fra dette og (5.2) kan man slutte at det finnes noe z der (7) wêz & zêa & zêEFys*. Siden EFys er en refleksiv relasjon har vi wêMg(s: EFys(w,s)). Videre har vi åpenbart at Mg(s: EFys(w,s))êEFys*. Fra disse to tingene og (7) følger (8) z=Mg(s: EFys(w,s)).
Fra (5.3) kan man slutte: (9) (Aw')(w'êQ(w) & w'êµ(y) → w'êµ(m)). Men
(10) w1êQ(w). Videre har vi w1êMg(s: EFys(w,s)). Det følger at

(11) w1êz Inkl UN(a)=µ(y). Fra (9), (10) og (11) følger da w1êµ(m). Ved hjelp av (3) impliserer dette EMen(w1,w) som tydelig strider mot (2). Dette viser at satsen holder.
QED.

Teorem 4.1.20 Anta det følgende holder:

(i) wêI

(ii) Q(w)ΩMg(s: EFys(w,s)) Inkl Mg(s: EMen(w,s))

Da gjelder: (Ax)(xêU(EMen) & w ╞x . →
(Ey)(yêU(EFys) & wêμ(y) & CImp;w(x,y)))

Bevis: Anta forutsetningene i satsen holder. Anta for vilkårlig x at
(1) xêU(EMen) & wêμ(x). Da har vi at det finnes en mengde a der

(2) aInkl EMen* & μ(x)=UN(a). Fra dette og den andre konjunkten i (1) følger at det finnes q slik at (3) wêq & qêa & qêEMen* Det følger at
(4) q=Mg(s: EMen(s,w)). Sett nå per definisjon (5) m= μ;-1(Mg(s: EFys(w,s))). Da har man ved hjelp av definisjonen av U(EFys) at (6) mêU(EFys). Videre følger det åpenbart at (7) wêμ(m) siden EFys er en ekvivalensrelasjon. Siden qêa har vi at q Inkl UN(a) og derfor at (8) q Inkl μ(x). Fra forutsetningen (ii), (5), (4) og (8) følger at Q(w)Ω μ(m) Inkl μ(x). Men dette innebærer at (9) CImp;w(x,m).

Fra (6), (7) og (9) følger så det vi ønsker, nemlig:
(Ey)(yêU(EFys) & wêμ(y) & CImp;w(x,y))).
Dette viser at satsen holder. **QED.**

Teorem 4.1.21 Anta det følgende holder:

(i) wêI & Bet1(w)

(ii) Q(w)ΩMg(s: EFys(w,s)) Inkl Mg(s: EMen(w,s))

Da gjelder for ethvert utsagn x der man har xêU(EMen) & w ╞x at det finnes en funksjon £ som oppfyller følgende krav:

(a) £: N–(1-1)→ U(EFys)

(b) (An)(nêN → w ╞ £(n))

(c) (An)(nêN → CImp;w(x,£(n)))

(d) (An)(nêN → CImp;w(£(n+1), £(n)))

Bevis: Anta forutsetningene i satsen holder. Anta for vilkårlig x at
(1) xêU(EMen) & wêμ(x). Da har vi at det finnes en mengde a der

(2) aInkl EMen* & μ(x)=UN(a). Fra dette og den andre konjunkten i (1) følger at det finnes q slik at (3) wêq & qêa & qêEMen* Det følger at
(4) q=Mg(s: EMen(s,w)). Nå har man (5) wêQ(w). (Man bør i denne sammenheng erindre at Q(w)= μ(SNu(Mg(x: CLov;w(x)))), og at vi har for alle xêU og wêI at CLov;w(x) → wêμ(x)). Det følger fra (3) og (5) at

(6) qΩQ(w)≠ø & qêEMen*

Fra dette og forutsetningen Bet1(w) kan man slutte:

(7) Cd(Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl qΩQ(w)))≥Aleph;0

Sett nå per definisjon (8) y0= Mg(s: EFys(w,s)). Da har man y0êEFys* og dessuten, siden EFys er en ekvivalensrelasjon, at wêy0. Siden wêQ(w) har vi derfor ved hjelp av forutsetning (ii) at

(9) y0ΩQ(w) Inkl qΩQ(w) & y0êEFys* & y0ΩQ(w)≠ø

Sett per definisjon: (10) Z = Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl qΩQ(w)). Fra (9) og (10) følger det at y0êZ. Men siden Cd(Z)≥Aleph;0 følger det åpenbart at Z-{y0} er tellbart uendelig: (11) Cd(Z-{y0}) ≥Aleph;0. Fra (11) kan man slutte at det finnes en funksjon H som oppfyller følgende krav:

(12) H: N –(1-1)→ Z-{y0}

Vi definerer nå £(n) for nêN ved å sette:

(13) £(n) = μ;-1(y0U UN(Mg(H(j): 1≤j≤n))) om n≥1

Det gjenstår da å vise at £ definert på denne måten oppfyller kravene (a) – (d).

Ad (a): Det skulle være åpenbart at Dom(£)= N og at £ er en funksjon. Dette fremgår umiddelbart fra definisjonen av £. Det er imidlertid nødvendig å godtgjøre at £ er en-entydig. Anta n,mêN & n≠m. Da har vi enten n>m eller m<n. Vi ser bare på det ene tilfelle siden det andre blir helt analogt. Er n>m har vi i lys av (12) at H(n)≠H(m) og derfor at H(n)ΩH(m)=ø. Vi har også at de diverse elementene i verdiområdet til H er ikke-tomme. Videre har vi i dette tilfellet at

μ(£(m)) = y0U UN(Mg(H(j): 1≤j≤m)) Inkl
y0U UN(Mg(H(j): 1≤j≤n)) = μ(£(n))

Siden H(n) er ikke-tom følger det at det finnes w1êH(n). Da har vi åpenbart w1êH(n). Anta for reduktio at w1êy0U UN(Mg(H(j): 1≤j≤m)). Da har vi enten w1êy0. Men dette er umulig siden de enkelte H(i) for i≥1 er disjunkte med y0. Eller så har vi w1êH(j) for noe j der 1≤j≤m. Men da er j≠n og derfor H(j)ΩH(n)=ø. Men da kan vi ikke ha w1êH(n) & w1êH(j). Det følger at μ(£(m))≠μ(£(n)). Dette viser at £ er en-entydig.

Nå har vi at b={y0}UMg(H(j): 1≤j≤n) Inkl EFys* Videre ser man at μ(£(n))=UN(b). Det følger fra dette og definisjonen av U(EFys) at £(n)êU(EFys). Dette viser at punkt (a) holder.

Ad (b): Anta nêN for vilkårlig n. Fra (8) følger at wêy0 Inkl μ(£(n)) og derfor at w ⊨ £(n). Dette viser at punkt (b) holder.

Ad (c): For å vise punkt (c) er det tilstrekkelig å vise at
(14) Q(w)Ωμ(£(n)) Inkl μ(x) om nêN. Anta derfor for vilkårlig w' at w'êQ(w)Ωμ(£(n)). Fra definisjonen av £ følger da at w'êy0 eller w'êH(j) for noe j der 1≤j≤n. I det første tilfellet har vi i lys av forutsetning (ii):

w'êQ(w)Ωy0= Q(w)ΩMg(s: EFys(w,s) Inkl
Mg(s: EMen(w,s))=q Inkl UN(a)=μ(x).

Påstanden holder derfor i dette tilfellet. Anta w'êH(j). I lys av (10) og (12) har man da Q(w)ΩH(j) Inkl Q(w)Ωq. Siden w'êQ(w) følger i dette tilfellet at
w'êq Inkl UN(a)=μ(x). Dette viser at (14) holder.

Ad (d): Det vil være tilstrekkelig å bevise:

(15) Q(w)Ωμ(£(n)) Inkl μ(£(n+1)) om nêN. Dette følger imidlertid temmelig direkte fra definisjonen av £ gitt ved (13).

Dette avslutter vårt bevis for satsen. **QED.**

Teorem 4.1.22 Anta det følgende holder:
(i) wêI & Bet1(w)
Da gjelder for ethvert utsagn xêU(EFys) som oppfyller følgende krav
(Ey)(yêU(EMen) & Ctg;w(y) & CImp;w(x,y))
at det finnes en funksjon £ som oppfyller følgende krav:
(a) £: N–(1-1)→ U(EFys)
(b) (An)(nêN →. CImp;w(x,£(n)) & ¬CEkv;w(x,£(n)))
(c) (An)(nêN → . CImp;w(£(n), £(n+1)) & ¬CEkv;w(£(n),£(n+1)))

Bevis: Anta (1) wêI & Bet1(w). Anta for vilkårlig x at (2) xêU(EFys) og dessuten at (3) (Ey)(yêU(EMen) & Ctg;w(y) & CImp;w(x,y)). Fra (3) følger eksistensen av y0 der man har: (4) y0êU(EMen) & Ctg;w(y0) & CImp;w(x,y0). Fra den andre konjunkten her følger det at det finnes w1 slik at (5) w1êμ(y0) & w1êQ(w). Fra (4) og definisjonen av U(EMen) følger eksistensen av en mengde a der (6) a Inkl EMen* & μ(y0)= UN(a). Fra dette og den første konjunkten i (5) har man at det finnes q slik at (7) w1êq & qêa & qêEMen*. Fra (5) og (7) kan man slutte at (8) qΩQ(w)≠ø & qêEMen*. Fra dette, (1) og definisjonen av

Bet1 følger:
(9) Cd(Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl qΩQ(w)))≥Aleph;0
På samme måte som i tidligere bevis setter vi nå per definisjon:
(10) Z1= Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl qΩQ(w))
Fra (9) og (10) følger det at det finnes en mengde Z og en funksjon H slik at:
(11) H: N–(1-1)→ Z SInkl Z1 Vi definerer nå funksjonen £ på følgende måte:
(12) £(n) = µ;-1(UN(Z – Mg(H(j): 1≤j≤n))) om nêN
Det gjenstår nå bare å vise at denne funksjonen £ oppfyller kravene (a) – (c) som er nevnt i satsen.

Ad (a): Fra definisjonen fremgår det umiddelbart at £ er en funksjon med N som domene. Siden H er en-entydig og de enkelte elementene i Z er innbyrdes disjunkte og ikke-tomme er det også lett å se at £ må være en-entydig. Setter man c;n= Z– Mg(H(j): 1≤j≤n)) ser man i lys av (10) og (11) at (13) c;n Inkl EFys* og dessuten at µ(£(n))= UN(c;n). Ved hjelp av definisjonen av U(EFys) følger da at £(n)êU(EFys). Dette viser at punkt (a) holder.

Ad (b): Vi må vise at CImp;w(x,£(n)) om nêN. Det er tilstrekkelig å bevise at (13) Q(w)Ωµ(£(n)) Inkl µ(x). Anta derfor for vilkårlig w' at w'êQ(w)Ωµ(£(n)). Da har man w'êUN(Z – Mg(H(j): 1≤j≤n)) og derfor
w'êp & pê(Z – Mg(H(j): 1≤j≤n))) for noe p. Da pêZ Inkl Z1. Det følger at pΩQ(w) Inkl qΩQ(w). Siden w'êQ(w)Ωp følger at w'êqΩQ(w). Men
q Inkl UN(a)=µ(y0) og siden CImp;w(x,y0) har vi Q(w)Ωµ(y0) Inkl µ(x). Det følger da at w'êµ(x). Dette viser at (13) holder.

Vi må imidlertid også vise at ¬CEkv;w(x,£(n)). For dette formål er det tilstrekkelig å vise at det finnes noe w1 der w1êµ(x) &¬(w1êµ(£(n))). Fra (11) har man at det finnes x0 der
(14) x0êZ1 & ¬(x0êZ). Siden x0êZ1 har vi
(15) x0ΩQ(w) Inkl qΩQ(w) & x0ΩQ(w)≠ø. De diverse elementene i Z1 og derfor i Z er innbyrdes disjunkte og ikke-tomme. Det følger derfor at det finnes w1 der (16) w1êx0ΩQ(w). Fra (14) følger også at x0Ω UN(Z)=ø og derfor at ¬(w1êµ(£(n))).
Fra (15) og (16) kan man slutte w1êqΩQ(w). Men q Inkl UN(a)=µ(y0) og siden CImp;w(x,y0) har vi Q(w)Ωµ(y0) Inkl µ(x). Det følger derfor at w1êµ(x). Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for punkt (b).

Ad (c): Vi må vise at CImp;w(£(n), £(n+1)) & ¬CEkv;w(£(n),£(n+1))) om nêN. Det er tilstrekkelig å vise at
(17) Q(w)Ωµ(£(n+1)) Inkl µ(£(n)) og at det finnes w1 der
(18) w1ê µ(£(n))ΩQ(w) & ¬(w1êµ(£(n+1)))
At (17) holder er temmelig opplagt i lys av konstruksjonen av funksjonen £. Når det gjelder (18) har man at H(n+1) Inkl µ(£(n)). Videre har vi at H(n+1)êZ og derfor at Q(w)ΩH(n+1)≠ø. Da finnes det w1 der w1êH(n+1)ΩQ(w). Vi har derfor at
(19) w1êµ(£(n))ΩQ(w). På den annen side følger fra definisjonen av £ at
(20) H(n+1)Ωµ(£(n+1))=ø. Det følger at ¬(w1êµ(£(n+1))). Dette viser at (c) holder.
Vi har nå gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED.**

Teorem 4.1.23 Anta det følgende holder:
(i) wêI & Bet1(w)
Da gjelder for ethvert utsagn x der
(ii) xêU(EFys) & w ╞ x & Ctg;w(x) og
(iii) (Ey)(yêU(EMen) & w ╞y & Ctg;w(y) & CImp;w(x,y))
at det finnes en funksjon £ som oppfyller følgende krav:
(a) £: N–(1-1)→ U(EFys)
(b) (An)(nêN → w ╞ £(n))

(c) (An)(nêN →. CImp;w(x,£(n)) & ¬CEkv;w(x,£(n)))
(d) (An)(nêN → . CImp;w(£(n), £(n+1)) & ¬CEkv;w(£(n),£(n+1)))

Bevis: Anta (1) at wêI & Bet1(w). Anta for vilkårlig x at følgende holder:
(2.1) xêU(EFys) & w ⊨ x & Ctg;w(x) og
(2.2) (Ey)(yêU(EMen) & w ⊨y & Ctg;w(y) & CImp;w(x,y))
Fra (2.2) følger eksistensen av y0 slik at:
(3) y0êU(EMen) & w ⊨y0 & Ctg;w(y0) & CImp;w(x,y0)
Fra den første konjunkten i (3) følger at det finnes en mengde b der vi har:
(4) b Inkl EMen* & μ(y0)=UN(b).
Fra den første konjunkten i (2.1) kan man på tilsvarende måte slutte at det finnes en mengde c der (5) c Inkl EFys* & μ(x)= UN(c). Siden w ⊨x har vi at wêμ(x) og derfor at det finnes p slik at (6) wêp & pêc & pêEFys*. Fra dette følger at
(7) p = Mg(s: EFys(w,s)) & p Inkl UN(c)=μ(x). Fra (3) og (4) følger at det finnes q slik at
(8) wêq & qêb & qêEMen*. Nå har man (9) wêQ(w). Det følger derfor ved hjelp av (8) at wêqΩQ(w) & qêEMen*. Herav (10) ø≠qΩQ(w) & qêEMen*. Fra dette, (1) og definisjonen av Bet1 følger:
(11) Cd(Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl qΩQ(w)))≥Aleph;0)
Fra den siste konjunkten i (3) har man: (12) Q(w)Ωμ(y0) Inkl μ(x). Siden qêb har man q Inkl UN(b)=μ(y0). Det følger derfor at (13) qΩQ(w) Inkl μ(x).
Vi setter per definisjon:
(14) Z=Mg(y: yêEFys* & ø≠yΩQ(w) Inkl qΩQ(w))
Vi setter (15) Z1 = Z–{p}. Fra (11), (14) og (15) følger det at det finnes en funksjon H der: (16) H: N –(1-1)→ Z1. Vi definerer £ ved å sette:
(17) £(n) = μ;-1(pU UN(Z1–Mg(H(j): 1≤j≤n)))
Det gjenstår nå bare å vise at £ konstruert på denne måten oppfyller kravene (a) – (d). Dette er ikke spesielt vanskelig.

Ad (a): At £ er en funksjon med N som domene er trivielt i lys av definisjonen av £. Videre er det lett å se at £ må være en-entydig siden H er en-entydig, p ikke er med i Rgn(H) og de diverse elementene i Rgn(H)U {p} er innbyrdes disjunkte. Man ser også lett at {p}U Z1–Mg(H(j): 1≤j≤n)) Inkl EFys* på grunnlag av (14) og (6). Videre har man i lys av (17) at
μ(£(n)) = UN({p}U Z1–Mg(H(j): 1≤j≤n))). Fra dette kan man slutte at £(n)êU(EFys) for alle nêN. Dette viser at punkt (a) holder.

Ad (b): Anta nêN for vilkårlig n. Ved hjelp (6) har vi
wêp Inkl pU UN(Z1–Mg(H(j): 1≤j≤n)). Fra dette og (17) følger wêμ(£(n)). Dette viser at punkt (b) holder.

Ad (c): Anta nêN. Anta for vilkårlig w' at w'êQ(w)Ωμ(£(n)). Da har man i lys av (17) at w' enten er med i p eller med i UN(Z1–Mg(H(j): 1≤j≤n)). I det første har vi at w'êμ(x) i lys av (7). I det andre tilfellet har vi w'êH(j) for noe j>n. Fra dette har man siden w'êQ(w) at w'êQ(w)ΩH(j). Siden H(j)êZ har vi H(j)ΩQ(w) Inkl qΩQ(w) i lys av (14). Det følger at w'êqΩQ(w). Men fra dette kan man slutte w'êμ(x). Vi har altså vist Q(w)Ωμ(£(n) Inkl μ(x). Herav følger CImp;w(x,£(n)). For å vise at ¬CEkv;w(x,£(n)) er det nok å vise at Q(w)Ωμ(x)≠ Q(w)Ωμ(£(n)). For dette formål vil det i sin tur være tilstrekkelig å bevise at det finnes w1 der w1êQ(w)Ωμ(x) &¬(w1êμ(£(n)). Nå har vi at H(1)êEFys* og H(1)êZ. Det følger da at (18) ø≠Q(w)ΩH(1) Inkl qΩQ(w). Fra dette har vi at det finnes w1 der (19) w1êQ(w)Ω(H(1)). Da må man i lys av (18) også ha at w1êQ(w)Ωq Inkl μ(x). Vi har derfor w1êQ(w)Ωμ(x). På den annen side kan man lett vise at H(1)Ω μ(£(n))=ø om n≥1. Det følger at ¬(w1êμ(£(n)). Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for punkt (c).

Ad (d): Anta nêN. Vi må vise at CImp;w(£(n), £(n+1)) & ¬CEkv;w(£(n),£(n+1)). Det første innebærer at vi må bevise:

(20) Q(w)Ωµ(£(n+1)) Inkl µ(£(n)). Men siden:
{p}U Z1–Mg(H(j): 1≤j≤n+1)) SInkl {p}U Z1–Mg(H(j): 1≤j≤n))
følger at UN({p}U Z1–Mg(H(j): 1≤j≤n+1))) SInkl
UN({p}U Z1–Mg(H(j): 1≤j≤n)))
Men herav kan vi åpenbart slutte i lys av konstruksjonen av £ at (20) holder.

Vi har åpenbart at
(21) Q(w)ΩH(n+1) Inkl H(n+1) Inkl
UN({p}U Z1–Mg(H(j): 1≤j≤n))) = µ(£(n)) og at
(22) H(n+1)Ω UN({p}U Z1–Mg(H(j): 1≤j≤n+1))) =ø
Fra definisjonen av H følger det at det finnes w1êQ(w)ΩH(n+1). Ved hjelp av (21) og (22) kan man da slutte at w1êQ(w)Ωµ(£(n)) & ¬(w1êµ(£(n+1)). Men da har vi ¬(CImp;w(£(n+1), £(n)). Dette impliserer i sin tur ¬CEkv;w(£(n),£(n+1)). Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED.**

§4.2 Om fem muligheter som består mellom mengden av de fysiske utsagn som er kausalt kontingente og mengden av de mentale utsagn som er kausalt kontingente.

Som vi har sett representerer Q(w) mengden av alle de logisk mulige verdenene som er kausalt mulige med hensyn på verdenen w. Vi skal kalle det utsagnet der sannhetshetsmengden er nøyaktig Q(w) for det kausalnødvendige utsagnet med hensyn på w. Dette skal vi betegne med t;c(w). Definisjon er denne:

Definisjon 4.2.1 t;c(w) = µ;-1(Q(w))

Som man husker er EFys, den fysiske ekvivalensrelasjonen, en ekvivalensrelasjon over mengden av alle mulige logisk mulige verdener. Tilsvarende er EMen den mentale ekvivalensrelasjonen over mengden av alle mulige verdener. Vi minner dessuten om at man kan, for enhver ekvivalensrelasjon e over I, definere utsagnsmengden bestemt av ekvivalensrelasjonen e. Denne utsagnsmengden betegner vi med U(e). U(EFys), mengden av de fysiske utsagn, er derfor utsagnsemengden bestemt av ekvivalensrelasjonen EFys og U(EMen), mengden av de mentale utsagn, er utsagnsmengden bestemt av ekvivalensrelasjonen EMen.

Vi minner også om følgende. Er e en ekvivalensrelasjon hvis domene er mengden X betegner e* mengden av de ekvivalensmengder over X som er bestemt av e. e* er definert slik: e*= Mg(M(y: <y,x>ê e) : xêX).

Vi skal i det følgende definere visse utsagnsmengder ved å begrense relasjonene EFys og EMen til mengden av alle de verdenene som er kausalt mulige med hensyn på verdenen w, ie. Q(w). Er R en ekvivalensrelasjon over en mengde X vil også relasjonen R'=RΩ(YxY), der Y er en delmengde av X, være en ekvivalensrelasjon. Siden Q(w) er en delmengde av I vil derfor også EFys Ω (Q(w)xQ(w)) og EMen Ω (Q(w)xQ(w)) være ekvivalensrelasjoner. Vi skal betegne disse to relasjonene med henholdsvis EFys(Q(w)) og EMen(Q(w)):

Definisjon 4.2.2
(i) EFys(Q(w)) = EFys Ω (Q(w)xQ(w))
(ii) EMen(Q(w)) = EMen Ω (Q(w)xQ(w))

EFys(Q(w)) er altså en ekvivalensrelasjon over Q(w). Den inndeler derfor området Q(w) i en mengde av ikke-tomme, innbyrdes disjunkte ekvivalensmengder som samlet uttømmer Q(w). Vi kan nå studere mengden av alle de utsagn hvis sannhetsmengde er unionen av en eller annen mengde av slike ekvivalensklasser. Denne utsagnsmengden skal vi betegne med UF(w).

Tilsvarende vil EMen(Q(w)) være en ekvivalensrelasjon som innedeler området Q(w) i en mengde med ikke-tomme, gjensidig eksklusive delemengder som uttømmer Q(w). Mengden av alle de utsagn hvis sannhetsmengde er unionen av en eller annen mengde c der c Inkl EMen(Q(w))* skal vi betegne med UM(w).

De to utsagnsmengdene UF(w) og UM(w) kan formelt defineres slik:

Definisjon 4.2.3
(i) UF(w) = Mg(u: uêU & (Ec)(M(c) & c Inkl EFys(Q(w))* & µ(u) = UN(c)))
(ii) UM(w) = Mg(u: uêU & (Ec)(M(c) & c Inkl EMen(Q(w))* & µ(u) = UN(c)))

Det bør noteres at dersom wêI kan man ikke slutte at UF(w) er inkludert i U(EFys). Det er absolutt ingen ting som tilsier dette. Heller ikke kan man slutte at UM(w) Inkl U(EMen) om wêI. Grunnen til at UF(w) ikke uten videre er inkludert i U(EFys) er at det ikke er noe som tilsier at Q(w) er lukket under relasjonen EFys. At UF(w) inkl U(EFys) er faktisk ekvivalent med at Q(w) er lukket under EFys. Vi skal vise dette senere.

De kausalt kontingente utsagnene i UF(w) er de utsagnene som er konsistente og som ikke er identiske med t;c(w). Vi skal betegne mengden av disse utsagnene med UF;k(w). På tilsvarende vis betegner UM;k(w) de utsagnene i i UM(w) som er konsistente og som er forskjellige fra t;c(w). Vi gir den følgende formelle definisjon:

Definisjon 4.2.4
(a) UF;k(w) = UF(w) - {k, t;c(w)}
(b) UM;k(w) = UM(w) - {k, t;c(w)}

I Del II så vi at dersom U;k(EFys) og U;k(EMen) er ikke-tomme er det nøyaktig fem muligheter når det gjelder forholdet mellom dem: (i) den første mengden kan være strengt inkludert i den andre, (ii) mengdene kan være identiske, (iii) den andre mengden kan være strengt inkludert i den første, (iv) de to mengdene kan være disjunkte, og endelig kan (v) de to mengdene overlappe hverandre. I den nevnte del av vårt arbeid undersøkte vi alle disse mulighetene i detalj.

Helt tilsvarende vil det være fem muligheter som gjensidig utelukker hverandre når det gjelder forholdet mellom UF;k(w) og UM;k(w) om vi antar at disse to mengdene er ikke-tomme. I det følgende ønsker vi å se nærmere på hva disse fem mulighetene innebærer. Spesielt er vi interessert i å se på hvordan disse fem mulighetene kan karakteriseres, og hvordan UF;k(w) og UM;k(w) er relatert til de utsagnsmengdene vi tidligere har studert, nemlig U(EFys) og U(EMen).

La oss gjøre rede for de resultatene vi har kommet frem til i denne forbindelse. La oss kalle et utsagn for *kausalt kontingent med hensyn på verdenen w* hvis og bare hvis det er sant i en eller annen verden som er kausalt mulig med hensyn på w, men ikke er sant i alle verdener som er kausalt mulige med hensyn på w. Det første resultatet vi kan nevne er da dette.

For det første viser vi at UM(w) er inkludert i UF(w) hvis og bare hvis ethvert mentalt utsagn er kausalt ekvivalent relativt til w med et eller annet fysisk utsagn.

For det andre viser vi at UM;k(w) er strengt inkludert i UF;k(w), hvis og bare hvis vi har at to betingelser er oppfylt: (a) ethvert mentaltutsagn som er kausalt kontingent med hensyn på w er kausalt ekvivalent relativt til w med et fysisk utsagn som også er kausalt sett kontingent med hensyn på w, og (b) det finnes et fysisk utsagn som er kausalt kontingent

(med hensyn på w) som ikke er kausalt ekvivalent med noe kausalt kontingent mentalt utsagn.
Dette resultat kan formelt sett formuleres på følgende måte:

Teorem 4.2.1 Anta wêI
(a) Følgende holder:
UM(w) Inkl UF(w) ↔
(Ax)(xêU(EMen) → (Ey)(yêU(EFys) & CEkv;w(x,y))
(b) Definer a og b ved:
(i) a= Mg(u: uêU(EMen) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
(ii) b = Mg(u: uêU(EFys) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
Da gjelder:
UM;k(w) SInkl UF;k(w) ↔
(Ax)(xêa → (Ey)(yêb & CEkv;w(x,y)) &
(Ex)(xêb & (Ay)(yêa → ¬(CEkv;w(y,x)))

Når det gjelder påstanden UF(w) Inkl UM(w) kan man vise, forsåvidt i analogi med resultatet ovenfor, at denne er ekvivalent med at ethvert fysisk utsagn er kausalt ekvivalent relativt til w med et mentalt utsagn. En påstand av den typen som er nevnt under punkt (b) i Teorem 1 kan også vises når det gjelder påstanden UF;k(w) SInkl UM;k(w). Det er mulig å vise at denne er ekvivalent med at ethvert kausalt kontingent fysisk utsagn er kausalt ekvivalent med et kausalt kontingent mentalt utsagn og at det finnes kausalt kontingente mentale utsagn som ikke er ekvivalente med noen fysiske utsagn som er kausalt kontingente.

Teorem 4.2.2 Anta wêI
(a) Følgende holder:
UF(w) Inkl UM(w) ↔
(Ax)(xêU(EFys) → (Ey)(yêU(EMen) & CEkv;w(x,y))
(b) Definer a og b ved:
(i) a= Mg(u: uêU(EFys) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
(ii) b = Mg(u: uêU(EMen) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
Da gjelder:
UF;k(w) SInkl UM;k(w) ↔
(Ax)(xêa → (Ey)(yêb & CEkv;w(x,y)) &
(Ex)(xêb & (Ay)(yêa → ¬(CEkv;w(y,x)))

Det følgende teorem angir en tilstrekkelig og nødvendig betingelse for UF(w) = UM(w), og tilsvarende, en nødvendig og tilstrekkelig betingelse for UF;k(w) = UM;k(w).

Teorem 4.2.3 Anta wêI
(a) Følgende holder:
UF(w) = UM(w) ↔
(Ax)(xêU(EFys) → (Ey)(yêU(EMen) & CEkv;w(x,y)) &
(Ax)(xêU(EMen) → (Ey)(yêU(EFys) & CEkv;w(x,y))
(b) Definer a og b ved:
(i) a= Mg(u: uêU(EFys) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
(ii) b = Mg(u: uêU(EMen) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
Da gjelder:
UM;k(w) = UF;k(w) ↔.
(Ax)(xêa → (Ey)(yêb & CEkv;w(x,y))) &

(Ax)(xêb → (Ey)(yêa & CEkv;w(x,y)))

Den følgende sats angir en nødvendig å tilstrekkelig betingelse for at de to mengdene UF;k(w) og UM;k(w) er disjunkte. Teoremet sier at dette er tilfelle hvis og bare hvis det ikke finnes noe kausalt kontingent fysisk utsagn som er kausalt ekvivalent med noe kausalt kontingent mentalt utsagn.

Teorem 4.2.4 Anta wêI. Definer a,b ved:
(i) a= Mg(u: uêU(EFys) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
(ii) b = Mg(u: uêU(EMen) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
Da har man
UF;k(w)ΩUM;k(w)=ø ↔ ¬(Ey)(Ex)(yêa & xêb & CEkv;w(x,y))

Endelig angir den følgende sats en nødvendig og tilstrekkelig betingelse for at de to mengdene UF;k(w) og UM;k(w) overlapper hverandre. Dette er tilfelle, noe man lett ser fra satsen nedenfor, hvis og bare hvis de følgende tre påstander holder: (i) det finnes et fysisk utsagn y som er kausalt kontingent ,og det finnes et mentalt utsagn x som er kausalt kontingent, og der man har at x er kausalt ekvivalent med y, (ii) det finnes et fysisk utsagn som er kausalt kontingent og som ikke er kausalt ekvivalent med noe mentalt, kausalt kontingent, utsagn, og (iii) det finnes et mentalt, kausalt kontingent utsagn, som ikke er kausalt ekvivalent med noe kausalt kontingent fysisk utsagn.

Teorem 4.2.5 Anta wêI. Definer a og b ved:
(i) a= Mg(u: uêU(EFys) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
(ii) b = Mg(u: uêU(EMen) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
Da har man at UF;k(w)ΩUM;k(w)≠ø &
(UF;k(w)-UM;k(w)) ≠ø & (UM;k(w)-UK;k(w)) ≠ø
hvis og bare hvis:
(Ey)(Ex)(yêa & xêb & CEkv;w(x,y)) &
(Ey)(yêa & ¬(Ex)(xêb & CEkv;w(x,y))) &
(Ey)(yêb & ¬(Ex)(xêa & CEkv;w(x,y)))

Teorem 4.2.1 - 4.2.5 angir påstander som er ekvivalente til de fem muligheter som består mellom UF;k(w) og UM;k(w) dersom vi antar at disse to mengdene er ikke-tomme.

La oss nå gi bevis for de teoremene som har blitt nevnt ovenfor. For å gi bevis for Teorem 4.2.1 har vi funnet det hensiktsmessig å gi et bevis for det følgende lemma først:

Lemma 4.2.1 Anta E er en ekvivalensrelasjon over I og at Z er en delmengde av I. Sett per definisjon E(Z) = E Ω (ZxZ).
(a) Anta M(d) & d Inkl E(Z)*. Definer utsagnet u ved:
u = μ;-1(UN(Mg(x: xêE* & (Ey)(yêd & xΩy ≠ø))))
Da har vi μ(u)ΩZ = UN(d).
(b) Anta uêU(E). Definer mengden a ved:
a= UN(Mg(x: xêE(Z)* & xΩμ(u) ≠ø))
Da har man μ(u)ΩZ = a

Bevis: Anta E er en ekvivalensrelasjon over I og at Z er en delmengde av I. Sett desssuten per definisjon E(Z) = EΩ(ZxZ).

Ad (a): Anta forutsetningene angitt under punkt (a) holder. Vi skal vise at
(1) μ(u)ΩZ =UN(d). Vi viser først inklusjonen mot høyre:

(I) Anta for vilkårlig z at (2) zêμ(u)ΩZ. Da har vi ved hjelp av definisjonen av utsagnet u som er gitt under punkt (a) at følgende holder;

(3) zêx & xêE* & (Ey)(yêd & xΩy ≠ ø)

Fra den siste konjunkten i (3) følger videre at det finnes noe y slik at (4) yêd & xΩy ≠ø. Fra dette følger i sin tur eksistensen av r der vi har: (5) rêx & rêy. Fra (3) og (5) følger

(6) z,rêx & xêE*. Dette innebærer at (7) E(z,r).

Fra (4) har vi yêd og derfor siden d er en mengde som ifølge forutsetningene er inkludert i E(Z)* at (8) yêE(Z)*. Herav følger (9) y Inkl Z. Nå har man fra (5) og (9) at rêZ. Videre har man fra (2) at zêZ. Vi har altså z,rêZ. Sammen med (7) impliserer dette at (10) <z,r>êE(Z). Siden rêyêE(Z)* følger det at zêy. Sammen med (4) impliserer dette zêyêd. Men herav følger zêUN(d). Dette viser at inklusjonen mot høyre i (1) holder.

(II) La oss så bevise inklusjonen mot venstre i (1). Anta for vilkårlig z at
(11) zêUN(d). Da følger eksistensen av y der man har (12) zêy & yêd. Vi har etter forutsetningene som er nevnt under punkt (a) i satsen at d Inkl E(Z)*. Det følger fra dette og (12) at y Inkl Z. I lys av dette og den første konjunkten i (12) har vi derfor
(14) zêZ Inkl I. Siden E er en ekvivalensrelasjon over I følger det da at det må finnes rêE* slik at zêr. Ved hjelp av (12) kan vi derfor slutte:

(15) (Ey)(yêd & rΩy≠ø) & rêE*.

Siden zêr har vi da zêUN(Mg(x: xêE* & (Ey)(yêd & xΩy≠ø))). Det følger at zêμ(u) (i lys av definisjonen av u gitt i forutsetningene til punkt (a)). Siden z også er med i Z (Jmf. (14)) har vi zêμ(u)ΩZ. Dette viser at inklusjonen mot venstre i (1) holder.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for punkt (a).

Ad (b): Anta forutsetningene i satsen, samt de forutsetningene som er nevnt under punkt (b), holder. Vi må vise (0) μ(u)Ω Z =a.

(I) La oss først vise inklusjonen mot høyre i (0). Anta derfor for vilkårlig z at
(1) zêμ(u)ΩZ. Da har vi siden zêZ at det må finnes xêE(Z)* slik at zêx. Det følger at man har x êE(Z)* & zêμ(u)Ωx og derfor xêE(Z)* & μ(u)Ωx ≠ ø. Siden zêx følger zêUN(Mg(x: xêE(Z)* & μ(u)Ωx ≠ø)) =a. Dette viser at inklusjonen mot høyre holder.

(II) Anta på den annen side at (2) zêa for vilkårlig z. Ved hjelp av definisjonen av a, som er gitt i forutsetningene til punkt (b), har man da at det finnes x der

(3) zêx & xêE(Z)* & xΩμ(u)≠ø. Fra den andre konjunkten her følger eksistensen av r slik at (4) rêμ(u) & rêx. Siden r,zêx og xêE(Z)* følger det at E(r,z) & z,rêZ. Siden rêμ(u) og μ(u) åpenbart er lukket under E siden uêU(E) følger siden E(r,z) at zêμ(u). Det følger at man har zêμ(u)ΩZ. Dette viser at inklusjonen mot venstre i (0) holder.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for hjelpesetningen. **QED**.

Bevis for Teorem 4.2.1:

Ad(a): Anta wêI. Vi må bevise:

(1) UM(w) Inkl UF(w) ↔
(Ax)(xêU(EMen) → (Ey)(yêU(EFys) & CEkv;w(x,y))

(I) Vi beviser først kondisjonalen mot høyre. Anta derfor (2) UM(w) Inkl UF(w), og anta for vilkårlig x at xêU(EMen).

Tilfelle (i): μ(u) =ø. I såfall har vi u=k. Da har vi kêU(EFys) og siden det åpenbart holder at CEkv;w(k,k) følger at (Ey)(yêU(EFys) & CEkv;w(x,y)).

Tilfelle (ii): μ(u)=I. I dette tilfelle har vi åpenbart at uêU(EFys) & CEkv;w(u,u). Det følger at (Ey)(yêU(EFys) & CEkv;w(x,y)).

Tilfelle (iii): ø≠μ(u) SInkl I. Vi skiller da mellom to undertilfeller:

Undertilfelle (a) : u er et utsagn som er kausalt umulig med hensyn på w. Da har vi µ(u)ΩQ(w)=ø. Vi har at kêU(EFys). Det følger da at
µ(u)ΩQ(w) = ø = µ(k)ΩQ(w) og derfor CEkv;w(u,k). Vi har derfor også i dette tilfelle at (Ey)(yêU(EFys) & CEkv;w(x,y)).

Undertilfelle (b): u er et utsagn som er kausalt mulig med hensyn på w. I såfall har vi (3) µ(u)ΩQ(w) ≠ø. Det må derfor finnes en verden w1 der vi har:
(4) w1êµ(u) & w1êQ(w). Ved hjelp av Lemma 1b har vi nå:
(5) µ(u)ΩQ(w) = UN(x: xêEMen(Q(w))* & xΩµ(u)≠ø)
Fra dette og definisjonen av UM(w), det vil si Definisjon 3, følger det at
(6) µ(u)ΩQ(w) êUM(w). Fra dette og (2) følger at (7) µ(u)ΩQ(w) êUF(w). Dette og definisjonen av UF(w) impliserer at det må finnes en mengde d der vi har:
(8) d Inkl EFys(Q(w))* & µ(u)ΩQ(w) = UN(d). Definer nå et utsagn u2 ved å sette: (9) u2 = µ;-1(UN(Mg(x: xêEFys* & (Ey)(yêd & xΩy≠ø)))). Det skulle være klart at vi da må ha (10) u2êU(EFys) . Ved hjelp av Lemma 4.2.1a kan vi nå slutte
(11) µ(u2)ΩQ(w) =UN(d). Fra dette og (8) følger derfor
(12) µ(u)ΩQ(w) = µ(u2)ΩQ(w) og derfor at CEkv;w(u,u2). Siden u2êU(EFys) følger at (Ey)(yêU(EFys) & CEkv;w(x,y). Det dette viser at kondisjonalen mot høyre i (1) holder.

(**II**) Vi må nå vise at kondisjonalen mot venstre i (1) holder. Anta derfor
(13) (Ax)(xêU(EMen) → (Ey)(yêU(EFys) & CEkv;w(x,y)) og anta for vilkårlig r at
(14) rêUM(w). Fra dette siste og definisjonen av UM(w) følger at det finnes en mengde c der vi må ha: (15) c Inkl EMen(Q(w))* & µ(r) = UN(c). Definer nå utsagnet u0 ved:
(16) u0 = µ;-1(UN(Mg(x: xêEMen* & (Ey)(yêc & xΩy =ø))))
Da skulle det være åpenbart i lys av definisjonen av U(EMen) at
(17) u0êU(EMen).
Fra dette og (13) kan man da slutte at det må finnes noe u1 der:
(18) u1êU(EFys) & CEkv;w(u0,u1)
Fra den siste konjunkten i (18) følger:
(19) u0ΩQ(w) = u1ΩQ(w)
Fra (15) og (16) følger ved hjelp av Lemma 4.2.1a at (20) µ(u0)ΩQ(w) =UN(c)
Vi må vise at rêUF(w). Definer d ved å sette:
(21) d= Mg(x: xêEFys(Q(w))* & xΩµ(u1)≠ø).
Da har vi åpenbart at d Inkl EFys(Q(w))* og M(d). Det følger at µ;-1(UN(d))êUF(w).
Nå følger fra (21) ved hjelp av Lemma 4.2.1b at
(22) µ(u1)ΩQ(w) = UN(d)
Fra (19), (20) og (21) følger så UN(c) =UN(d). Fra dette og den siste konjunkten i (15) kan man slutte µ(r)= UN(d) og derfor at r= µ;-1(UN(d)). Siden µ;-1(UN(d))êUF(w) kan man da slutte at rêUF(w). Siden r var et vilkårlig element i UM(w) følger at UM(w) Inkl UF(w).

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for punkt (a) i Teorem 1.

Ad (b): Definer a og b ved:
(i) a= Mg(u: uêU(EMen) & ø≠ µ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
(ii) b = Mg(u: uêU(EFys) & ø≠ µ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
Vi må da bevise:
(0) UM;k(w) SInkl UF;k(w) ↔
(Ax)(xêa → (Ey)(yêb & CEkv;w(x,y)) &
(Ex)(xêb & (Ay)(yêa → ¬(CEkv;w(y,x)))

(**I**) Vi tar først for oss kondisjonalen mot høyre i (0). Anta derfor
(1) UM;k(w) SInkl UF;k(w) og anta dessuten for vilkårlig x at (2) xêa. Fra definisjonen av

a gitt ved (i) følger da at

(3) xêU(EMen) & ø≠µ(x)ΩQ(w) SInkl Q(w).

Siden xêU(EMen) har vi ved hjelp av Lemma 4.2.1b at:

(4) µ(x)ΩQ(w) = UN(Mg(z: zêEMen(Q(w))* & zΩµ(x)≠ø))

Fra dette og de to siste konjunktene i (3) følger:

(5) µ;-1(µ(x)ΩQ(w)) êUM;k(w)

Fra dette og (1) har vi

(6) µ;-1(µ(x)ΩQ(w))êUF;k(w).

I lys av definisjonen av UF;k(w) impliserer dette at det må finne d slik at

(7) Md(d) & d Inkl EFys(Q(w))* & µ(x)ΩQ(w) = UN(d)

Definer nå utsagnet y ved:

(8) y = µ;-1(UN(Mg(x: xêEFys* & (Ez)(zêd & yΩz ≠ø))))

Fra (7) og (8) har vi ved hjelp av Lemma 4.2.1a at

(9) yêU(EFys) & µ(y)ΩQ(w) = UN(d)

Fra dette og (7) følger µ(x)ΩQ(w) = µ(y)ΩQ(w) og derfor (10) CEkv;w(x,y). Vi må imidlertid vise at at yêb. Dette innebærer at vi må vise

yêU(EFys) og ø≠µ(y)ΩQ(w) SInkl Q(w)

Det første følger fra (9). Den siste konjunkten følger umiddelbart fra µ(x)ΩQ(w) = µ(y)ΩQ(w) og (3). Det følger derfor fra (9) og (10) at (Ey)(yêb & CEkv;w(x,y)). Siden x var et vilkårlig element slik at (2) har vi vist: (Ax)(xêa → (Ey)(yêb & CEkv;w(x,y)))

Vi må også vise at (+) (Ex)(xêb & (Ay)(yêa → ¬(CEkv;w(y,x)))

Fra (1) har vi at det må finnes noe r0 slik at

(11) r0êUF;k(w) & ¬(r0êUM;k(w)).

Fra den første konjunkten i (11) følger det at det må finnes q der vi har

(12) M(q) & q Inkl EFys(Q(w))* & µ(r0)= UN(q)

Siden r0 er et kausalt kontingent utsagn har vi også:

(13) ø≠ UN(q) SInkl Q(w)

Definer nå x0 ved (14) x0 = µ;-1(UN(Mg(x: xêE* & (Ey)(yêq & xΩy ≠ø))))

Ved hjelp av Lemma 4.2.1a følger da at (15) µ(x0)ΩQ(w) =UN(q). Vi har også at x0êU(Fys) fra (14). Fra dette, (15) og (13) følger:

x0êU(EFys) & ø≠ µ(x0)ΩQ(w) SInkl Q(w). Ved hjelp av definisjonen av b følger herav at (16) x0êb. Anta nå for reduktio at absurdum at det finnes noe y0 der

(17) y0êa & CEkv;w(y0,x0)

Da har vi (18) y0êU(EMen) & ø≠µ(y0)ΩQ(w) SInkl Q(w) i lys av definisjonen av a.

Fra den andre konjunkten i (17) følger dessuten (19) µ(x0)ΩQ(w)= µ(y0)ΩQ(w). Definer nå d ved: (20) d= UN(Mg(x: xêEMen(Q(w))* & xΩµ(y0) ≠ø))

Da har vi ved hjelp av Lemma 4.2.1b at (21) d = µ(y0)ΩQ(w). Fra (20) og (21) følger ved hjelp av definisjonen av UM;k(w) at (22) µ;-1(d) êUM;k(w).

Nå har vi fra (12), (15), (19) og (21) at µ(r0) = d. Det følger fra dette og (22) at r0=µ;-1(d)êUM;k(w). Dette strider imidlertid åpenbart mot (11). Det kan altså ikke finnes noe y0 som oppfyller kravet (17). Det følger at (Ay)(yêa → ¬CEkv;w(y,x0)). Sammen med (16) impliserer dette at (+) holder.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for kondisjonalen mot høyre i (0).

(**II**) Det er imidlertid også nødvendig å gi et bevis for kondisjonalen mot venstre i (0). Anta derfor (23) (Ax)(xêa → (Ey)(yêb & CEkv;w(x,y)) &

(Ex)(xêb & (Ay)(yêa → ¬(CEkv;w(y,x)))

Vi må vise at (++) UM;k(w) SInkl UF;k(w).

Vi viser først at UM;k(w) er inkludert i UF;k(w). Anta derfor for vilkårlig r at (24) rêUM;k(w). Fra definisjonen av UM;k(w) følger da eksistensen av en mengde c slik at

(25) c Inkl EMen(Q(w))* & μ(r) =UN(c). Vi må videre ha siden r er et kontingent kausalt utsagn at (26) ø≠ UN(c) SInkl Q(w).

Definer nå et utsagn x0 ved

(27) x0 = μ;-1(UN(Mg(x: xêEMen* & (Ey)(yêc& xΩy ≠ø))))

Ved hjelp av Lemma 4.2.1a har vi da (28) μ(x0)ΩQ(w) = UN(c). Dessuten har vi åpenbart i lys av definisjonen av U(EMen) at x0êU(EMen). Det følger fra dette, (28) og (26) at x0êa og derfor, ved hjelp av (23) at det må finnes y0 der:

(29) y0êb & CEkv;w(x0,y0)

Fra den andre konjunkten i (29) har vi:

(30) μ(x0)ΩQ(w) = μ(y0)ΩQ(w). Siden y0êb har vi at y0êU(EFys)

Definer (31) q= UN(Mg(x: xêEFys(Q(w))* & xΩμ(y0) ≠ø))

Da følger ved hjelp av Lemma 4.2.1b at (32) q= μ(y0)ΩQ(w). Sett p= μ;-1(q). Da har vi ved hjelp av (31) og definisjonen av UF;k(w) at (33) pêUF;k(w). Dessuten har vi ved hjelp av (32), (30), (28) og (26) at ø≠μ(p) SInkl Q(w) og at p=r. Det følger at rêUF;k(w). Dermed har vi vist at (34) UM;k(w) Inkl UF;k(w).

Vi må imidlertid også vise at denne inklusjonen er streng. Med andre ord må det godtgjøres at det finnes noe r der rêUF;k(w) men hvor det ikke er slik at rêUM;k(w).

Nå følger det fra (23) at det finnes noe x der vi har

(35) xêb & (Ay)(yêa → ¬(CEkv;w(y,x))

Siden xêb har vi xêU(EFys). Definer nå mengden q ved

(36) q= UN(Mg(z: zêEFys(Q(w))* & zΩμ(x) ≠ø))

Da har vi ved hjelp av Lemma 4.2.1b at (37) q= μ(x)ΩQ(w). Siden xêb har vi også at

(38) ø≠μ(x)ΩQ(w) SInkl Q(w). Setter vi r0= μ;-1(q) har vi derfor i lys av (36), (37), (38) og definisjonen av UF;k(w) at (39) r0êUF;k(w). Anta nå for reduktio ad absurdum at r0êUM;k(w). Da har vi per definisjon at det finnes c slik at

(40) M(c) & c Inkl EMen(Q(w))* & μ(r0)= UN(c)

Definer nå y0 ved å sette:

(41) y0 = μ;-1(UN(Mg(x: xêEMen* & (Ey)(yêc& xΩy ≠ø))))

Da har vi ved hjelp av Lemma 4.2.1a at (42) μ(y0)ΩQ(w)=UN(c). Siden r0êUM;k(w) følger det at (43) ø≠UN(c) Sinkl Q(w). Fra (41) - (43) følger det at

(44) y0êa Nå har man videre ved hjelp av (37), det at r0= μ;-1(q), (40) og (42) at (45) μ(y0)ΩQ(w)= μ(x)ΩQ(w). Det følger at CEkv;w(y0,x). Sammen med (44) strider dettte mot (35). Det følger at ¬(r0êUM;k(w)). Fra dette og (39) følger

r0êUF;k(w) & ¬(r0êUM;k(w)). Vi har derfor ¬(UF;k(w) Inkl UM;k(w)). Dette viser sammen med (34) at UM;k(w) SInkl UF;k(w). Vi har nå vist at kondisjonalen mot venstre i (0) holder.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for Teorem 4.2.1. **QED**.

Når det gjelder beviset for Teorem 4.2.2 blir dette helt analogt med beviset for Teorem 4.2.1. Man ser at man får Teorem 4.2.2 fra Teorem 4.2.1 ved å bytte om EFys og EMen, a og b, UF(w) og UM(w), samt UF;k(w) og UM;k(w) overalt hvor disse uttrykkene forekommer. Bytter man om på akkurat samme måte overalt i beviset for Teorem 4.2.1 får man i det vesentlige et bevis for Teorem 4.2.2. Det skulle derfor ikke være nødvendig å gi noe detaljert bevis for denne satsen.

Når det gjelder Teorem 4.2.3 følger punkt a i denne satsen umidellbart fra Teorem 4.2.1a og Teorem 4.2.2a. Punkt b i Teorem 4.2.3 kan imidlertid ikke utledes på samme måte fra de tilsvarende punkter i Teorem 4.2.1 og Teorem 4.2.2. Vi gir derfor et bevis for dette punktet.

Bevis for Teorem 4.2.3b: Anta a, b er definert ved:

(i) a= Mg(u: uêU(EFys) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
(ii) b = Mg(u: uêU(EMen) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))

Vi må vise at vi da har:

(0) UM;k(w) = UF;k(w) ↔
(Ax)(xêa → (Ey)(yêb & CEkv;w(x,y))) &
(Ax)(xêb → (Ey)(yêa & CEkv;w(x,y)))

Studerer man nærmere beviset for Teorem 1 ser man at vi der, i forbindelse med beviset for punkt b, har bevist:

(1) UM;k(w) Inkl UF;k(w) ↔. (Ax)(xêb → (Ey)(yêa & CEkv;w(x,y))

På en måte som er helt analog kan man vise:

(2) UF;k(w) Inkl UM;k(w) ↔. (Ax)(xêa → (Ey)(yêb & CEkv;w(x,y)))

Man ser at (0) følger fra (1) og (2). Dermed har vi antydet hvordan man kan gi et bevis for Teorem 4.2.3. **QED**.

Det gjenstår å gi bevis for Teorem 4 og Teorem 5

Bevis for Teorem 4.2.4: Anta wêI. Definer a,b ved:

(i) a= Mg(u: uêU(EFys) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
(ii) b = Mg(u: uêU(EMen) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))

Vi må da vise at:

(0) UF;k(w)ΩUM;k(w)=ø ↔ ¬(Ey)(Ex)(yêa & xêb & CEkv;w(x,y))

(**I**) Vi beviser først kondisjonalen mot høyre. Anta derfor (1) UF;k(w)ΩUM;k(w)=ø og anta for reduktio ad absurdum at det finnes x,y slik at

(2) yêa & xêb & CEkv;w(x,y)

Det følger da ved hjelp av (i) og (ii) at

(3.1) yêU(EFys) & ø≠ μ(y)ΩQ(w) SInkl Q(w)
(3.2) xêU(EMen) & ø≠ μ(x)ΩQ(w) SInkl Q(w)

Videre følger det fra den siste konjunkten i (3) at (4) μ(x)ΩQ(w) = μ(y)ΩQ(w)

Definer nå to mengder q og p ved:

(5.1) p= UN(Mg(z: zêEFys(Q(w))* & zΩμ(y) ≠ø))
(5.2) q= UN(Mg(z: zêEMen(Q(w))* & zΩμ(x) ≠ø))

Ved hjelp av Lemma 1b har vi da at

(6) p = μ(y)ΩQ(w) & q= μ(x)ΩQ(w)

Fra (4) og (6) følger (7) p=q. Setter vi r = μ;-1(p) Fra dette, (5.1), (5.2) og (7) følger at rêUF(w) & rêUM(w). Siden det også følger fra (3.1), (3.2), (6) og definisjonen av r at r≠k og r≠t;c(w) har vi at rêUF;k(w)ΩUM;k(w). Dette strider åpenbart mot (1). Dette viser at kondisjonalen mot høyre holder.

(**II**) La oss så vise at kondisjonalen mot venstre holder. Anta derfor at det finnes r slik at (7) rêUF;k(w) & rêUM;k(w). Da har vi i kraft av definisjonene av UF(w) og UM(w) at det finnes mengder c og d der følgende holder:

(8.1) c Inkl EMen(Q(w))* & μ(r) = UN(c)
(8.2) d Inkl EFys(Q(w))* & μ(r) =UN(d)

Videre følger siden ¬(rê{t;c(w),k}) at (9) ø≠UN(c) SInkl Q(w) & ø≠UN(d) SInkl Q(w).
Definer nå to utsagn ved

(9.1) u1= μ;-1(UN(Mg(z: zêEFys* & (Ey)(yêd & yΩz≠ø))))
(9.2) u2= μ;-1(UN(Mg(z: zêEMen* & (Ey)(yêc & yΩz≠ø))))

Ved hjelp av Lemma 1a har vi da

(10) μ(u1)ΩQ(w) = UN(d) & μ(u2) ΩQ(w) = UN(c)

Det følger videre fra (9.1), (9.2), definisjonene av U(EFys) og U(EMen), (9) at
(11) u1êa & u2êb Fra (8.1), (8.2) og (10) følger imidlertid:
(12) μ(u1)ΩQ(w)=μ(u2)ΩQ(w)
Herav har vi CEkv;w(u1,u2). Sammen med (11) impliserer dette:
(Ey)(Ex)(yêa & xêb & CEkv;w(x,y))
Vi har nå vist UF;k(w)ΩUM;k(w)≠ø → (Ey)(Ex)(yêa & xêb & CEkv;w(x,y)). Det følger at kondisjonalen mot venstre i (0) holder.

Dette avslutter beviset. **QED**.

La oss så gi bevis for Teorem 4.2.5:

Bevis for Teorem 4.2.5: Anta wêI og definer, på samme måte som i tidligere bevis, a og b ved:
(i) a= Mg(u: uêU(EFys) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
(ii) b = Mg(u: uêU(EMen) & ø≠ μ(u)ΩQ(w) SInkl Q(w))
Det er da nødvendig å vise at vi har:

(1) UF;k(w)ΩUM;k(w)≠ø &
(UF;k(w)-UM;k(w)) ≠ø & (UM;k(w)-UK;k(w)) ≠ø
hvis og bare hvis
(2) (Ey)(Ex)(yêa & xêb & CEkv;w(x,y)) &
(Ey)(yêa & ¬(Ex)(xêb & CEkv;w(x,y))) &
(Ey)(yêb & ¬(Ex)(xêa & CEkv;w(x,y)))
Gitt de forutsetningene som er nevnt i satsen vil det åpenbart være tilstrekkelig å vise følgende tre påstander:
(3.1) UF;k(w)ΩUM;k(w)≠ø ↔ (Ey)(Ex)(yêa & xêb & CEkv;w(x,y))
(3.2) (UF;k(w)-UM;k(w)) ≠ø ↔ (Ey)(yêa & ¬(Ex)(xêb & CEkv;w(x,y)))
(3.3) (UM;k(w)-UF;k(w)) ≠ø ↔ (Ey)(yêb & ¬(Ex)(xêa & CEkv;w(x,y)))
Nå har vi at (3.1) følger fra forutsetningene og Teorem 4.2.4. Denne påstanden kan derfor ansees som godtgjort. Når det gjelder (3.3) ser man at denne påstanden er helt analog med (3.2) bortsett fra at man har byttet om a og b, samt UF;k(w) og UM;k(w). Et bevis for (3.3) vil derfor bli helt analogt med et bevis for (3.2). Vi innskrenker oss derfor til å gi bevis for (3.2)

(**I**) Vi viser først kondisjonalen mot høyre: Anta derfor (4) (UF;k(w)-UM;k(w)) ≠ø. Da finnes det noe r der: (5) rêUF;k(w) & ¬(rêUM;k(w)). Anta for reduktio ad absurdum at (6) ¬(Ey)(yêa & ¬(Ex)(xêb & CEkv;w(x,y))) . Dette impliserer åpenbart at:
(7) (Ay)(yêa → (Ex)(xêb & CEkv;w(x,y)).
Siden rêUF;k(w) følger det per definisjon at det finnes d der vi har:
(8) d Inkl EFys(Q(w))* & μ(r) =UN(d)
Videre må vi ha, siden r er et kausalt kontingent utsagn med hensyn på w, at
(9) ø≠ UN(d) SInkl Q(w)
Definer nå et utsagn u1 ved:
(10) u1 = μ;-1(UN(Mg(z: zêEFys* & (Ey)(yêd & zΩy≠ø))))
Da har vi ved hjelp av Lemma 4.2.1a at (11) μ(u1)ΩQ(w) = UN(d). Fra (11) og (9) følger at ø≠ μ(u1)ΩQ(w) SInkl Q(w). Fra (10) følger videre at at u1êU(EFys). Vi må derfor ha at u1êa. Fra dette og (7) følger eksistensen av noe x der:
(12) xêb & CEkv;w(x,u1)
dette innebærer (13) xêU(EMen) & μ(x)ΩQ(w) = μ(u1)ΩQ(w). Definer nå q ved:
(14) q= UN(Mg(z: zêEMen(Q(w))* & zΩμ(x)≠ø))
Da har man åpenbart om man setter (15) r1= μ;-1(q) at (16) r1êUM(w). Fra (13) og

(14) kan man dessuten ved hjelp av Lemma 4.2.1b slutte at

(17) µ(x)ΩQ(w) = q Fra dette, (11), (13) og (9) følger
ø≠ q SInkl Q(w). Det følger derfor ved hjelp av (16) at man har:

(18) r1êUM;k(w)

Nå har man videre:

(19) µ(r1) = q = µ(x)ΩQ(w) = µ(u1)ΩQ(w) = UN(d) = µ(r).

Dette følger ved hjelp av (8), (11), (13), (15) og (17). Herav har vi så r1=r og derfor rêUM;k(w). Men dette strider åpenbart mot (5).

Dette viser at kondisjonalen mot høyre i (3.2) holder.

(**II**) Vi viser så at kondisjonalen mot venstre i (3.2). Anta derfor at det finnes x der vi har

(20) xêa & (Ay)(yêb → ¬CEkv;w(x,y)).

Siden xêa har man at (21) xêU(EFys) & ø≠ µ(x)ΩQ(w) SInkl Q(w)
Definer nå q ved (22) q= UN(Mg(z: zêEFys(Q(w))* & µ(x)Ωz≠ø))
Da har vi ved hjelp av Lemma 4.2.1b at (23) µ(x)ΩQ(w)=q. Sett nå per definisjon
(24) r= µ;-1(q). Ved hjelp av (21),(22) og (23) kan vi da slutte

(25) rêUF;k(w).

Anta nå for reduktio ad absurdum at (26) rêUM;k(w). Da har vi at det finnes en mengde c der (27) c Inkl EMen(Q(w))* & µ(r) =UN(c). La oss så definere utsagnet u1 ved:

(28) u1 = µ;-1(UN(Mg(z: zêEMen* & (Ey)(yêc & yΩz≠ø))))

Man ser da lett at (29) u1êU(EMen). Fra (27) og (28) følger ved hjelp av Lemma 4.2.1a at

(30) µ(u1)ΩQ(w)=UN(c)

Fra (25) følger at (31) ø≠µ(r) SInkl Q(w). Fra dette, (27) og (30) kan man slutte:

(32) ø≠ µ(u1)ΩQ(w) SInkl Q(w)

Sammen med (29) innebærer dette at (33) u1êb. Fra dette og (20) følger

(34) ¬(CEkv;w(u1,x). Nå har vi imidlertid fra (23), (24), (27) og (30) at µ(u1)ΩQ(w) = µ(x)ΩQ(w). Dette impliserer CEkv;w(u1,x). Men dette strider mot (34). Vi har derfor ¬(rêUM;k(w)) og derfor at (UF;k(w)- UM;k(w))≠ø. Dette viser at kondisjonalen mot venstre i (3.2) holder.

Som nevnt vises (3.3) på en måte som er helt analog med beviset for (3.2). Vi kan derfor sies å ha levert et bevis for Teorem 4.2.5. **QED**.

Vi skal bevise ytterligere noen satser som vi vil få bruk for i den neste paragrafen.

Teorem 4.2.6 Anta (Ex)CLov;w(x) & wêI. Da har man at de følgende to påstander er ekvialente:

(i) (Ax)(Ay)(CLov;w(x) & CEkv;w(x,y) → CLov;w(y))

(ii) (Ax)(xêU & Q(w) Inkl µ(x) → CLov;w(x))

Det andre punktet i denne satsen uttrykker en ganske sterk påstand, nemlig den at dersom et utsagn er sant i alle de verdenene som er kausalt mulige med hensyn på w, ie. Q(w), så representerer utsagnet en kausallov som gjelder i w. Sagt på en annen måte sier punkt (ii) at enhvert utsagn som er kausalnødvendig med hensyn på verdenen w representerer en kausallov som gjelder i verdenen w. Dette er åpenbart en påstand som ikke på noen måte er opplagt. Påstanden er imidlertid ikke på noen måte inkonsistent med noen av de andre lovene vi har nevnt i forbindelse med predikatet "CLov;w(x)", men det må innrømmes at den er diskutabel. Som man ser av satsen er den ekvivalent med den påstand at ethvert utsagn som er kausalt ekvivalent i w med et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i w selv er et utsagn som representerer en kausallov i verdenen w. I det følgende skal vi kun bruke denne siste påstanden, med andre ord punkt (i) i teoremet ovenfor, som en forutsetning i noen av våre satser.

Bevis: Anta forutsetningen i satsen holder: (1) (Ex)CLov;w(x) & wêI.

(a) Vi viser først at (i) impliserer (ii). Anta derfor at
(2) (Ax)(Ay)(CLov;w(x) & CEkv;w(x,y) → CLov;w(y)). Anta videre at følgene holder for vilkårlig x: (3) xêU & Q(w) Inkl µ(x). Vi ønsker å vise at CLov;w(x). Fra (1) følger eksistensen av noe y0 slik at (4) CLov;w(y0). Siden Q(w) = µ(SNu(Mg(x: CLov;w(x)))) må man ha at (5) Q(w) Inkl µ(y0). Fra dette og (3) følger at (6) µ(y0)ΩQ(w) = µ(x) ΩQ(w). Dette impliserer at (7) CEkv;w(y0,x). Siden CLov;w(y0) følger ved hjelp av (2) og (7) at CLov;w(x). Siden x var et vilkårlig objekt som var slik at (3) følger det at (ii) holder.

(b) Vi viser så at (ii) impliserer (i). Anta derfor at
(8) (Ax)(xêU & Q(w) Inkl µ(x) → CLov;w(x)). Anta videre at det følgende holder for vilkårlige x,y: (9) CLov;w(x) & CEkv;w(x,y). Siden CLov;w(x) har vi at x er et kausalnødvendig utsagn og derfor at (10) Q(w) inkl µ(x) & xêU. Videre følger fra det at CEkv;w(x,y) at (11) µ(x)ΩQ(w) = µ(y)ΩQ(w). Fra (10) følger at Q(w) = µ(x)ΩQ(w). Fra dette og (11) følger Q(w) = µ(y)ΩQ(w) og derfor at Q(w) Inkl µ(y). Siden yêU, dette følger fra CEkv;w(x,y) har vi ved hjelp av (8) at CLov;w(y). Siden x,y var vilkårlige entiteter som oppfylte (9) kan man slutte at (i) holder.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Teorem 4.2.7 Anta wêI og at UM;k(w) SInkl UF;k(w). Da har man at det følgende holder:

(Ax)(xêU(EFysΩEMen) → (Ey)(yêU(EFys) & CEkv;w(x,y)))

Kommentar: Siden EFysΩEMen er inkludert i såvel EFys som EMen har man at både de fysiske utsagnene, U(EFys), og mengden av de mentale utsagnene, U(EMen), er inkludert i U(EFysΩEMen). Enhver ekvivalensrelasjon over I gir opphav til en partisjon av I. Videre vil en slik partisjon bestemme en bestemt utsagnsmengde. Har vi at en partisjon er genuint finere enn en annen vil utsagnene bestemt av den siste partisjonen være strengt inkludert i utsagnene bestemt av den første partisjonen. Forutsatt ¬(EFys Inkl EMen) og ¬(EMen Inkl EFys) vil derfor U(EFys) og U(EMen) være strengt inkludert i U(EFys Ω EMen). Nå er UM;k(w) SInkl UF;k(w) i og for seg usammenlignbar med U(EFys) Inkl U(EMen) når det gjelder styrke. Fra teoremet ovenfor ser man imidlertid at den er tilstrekkelig for å kunne vise at ethvert utsagn i U(EFysΩEMen) er kausalt ekvivalent (i verdenen w) med et rent fysisk utsagn.

Bevis: Anta (1) wêI og (2) UM;k(w) SInkl UF;k(w). Det siste impliserer at
(3) U(EMen(Q(w))) Inkl U(EFys(Q(w))). Dette impliserer i sin tur at EFys(Q(w)) er inkludert i EMen(Q(w)), med andre ord at (4) EFys(Q(w)) Inkl EMen(Q(w)).

Anta nå for vilkårlig x at (5) xêU(EFys Ω EMen). Ved hjelp av definisjonen av U(e), der e er en ekvivalensrelasjon, kan man da slutte at det finnes en mengde c0 der vi har:

(6) c0 Inkl (EFysΩ EMen)* & µ(x) = UN(c0)

Vi skal først vise at følgende holder for alle w',w" êI:

(7) w'êUN(c0)ΩQ(w) & EFys(Q(w))(w',w") → w"êUN(c0)ΩQ(w)

Anta derfor for vilkårlige w',w" at (8) w'êUN(c0)ΩQ(w) & EFys(Q(w))(w',w"). Fra den første konjunkten her kan man slutte at det må finnes d slik at

(9) w'êd & dêc0 & w'êQ(w). Siden dêc0 har vi ved hjelp av (6) at
(10) dê(EFysΩEMen)*. Fra dette kan man slutte at det må finnes en qêI slik at
(11) d = Mg(w': (EFysΩ EMen)(w',q)) . Fra den andre konjunkten i (8) kan man sammen

med (4) slutte at (12) EFys(Q(w))(w',w") Ω EMen(Q(w))(w',w"). Dette impliserer <w',w">ê (EFysΩEMen) og derfor i lys av første konjunkt i (9) og (11) at w"êd. Siden w" er med i Q(w) i lys av den siste konjunkten i (8) kan man ved hjelp av (9) slutte at w"êUN(c0)ΩQ(w). Dette viser at (7) holder.

Vi skal nå vise at den følgende påstand holder nemlig:
(12) UN(Mg(Mg(w': EFys(Q(w))(w',w")) : w"ê(UN(c0)ΩQ(w)))) = UN(c0)ΩQ(w)
Vi tar først for oss inklusjonen mot høyre i (12). Anta for vilkårlig z at zê UN(Mg(Mg(w': EFys(Q(w))(w',w")) : w"ê(UN(c0)ΩQ(w)))). Det følger da at det må finnes w" og c der vi har:
(13) zêc & c = Mg(w': EFys(Q(w))(w',w") & w" ê(UN(c0)ΩQ(w)). Da har man EFys(Q(w))(z,w") og derfor ved hjelp av (7) at zêUN(c0)ΩQ(w).

La oss så gi bevis for inklusjonen mot venstre i (12). Anta for vilkårlig z at zêUN(c0)ΩQ(w). Da har man EFys(Q(w))(z,z) og derfor zêMg(w': EFys(Q(w))(w',z)). Det følger at zêUN(Mg(Mg(w': EFys(Q(w))(w',w")) : w"ê(UN(c0)ΩQ(w))))

Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for (12). Sett nå per definisjon:
(14) r0 = Mg(Mg(w': EFys(Q(w))(w',w")) : w"ê(UN(c0)ΩQ(w)))
Da har vi ved hjelp av (12) at følgende holder:
(15) UN(r0) = UN(c0) ΩQ(w)
Vi har åpenbart at (16) r0 Inkl EFys(Q(w))*. Sett nå per definisjon:
(17) u = µ;-1(UN(Mg(x: xêEFys* & (Ey)(yêr0 & xΩy ≠ø))))
Da har man ved hjelp av Lemma 4.2.1 i lys av (15) at
(18) µ(u)ΩQ(w) = UN(r0). Det skulle også være klart fra (17) at man må ha
(19) uêU(EFys). Nå følger fra (6), (15) og (18) at
µ(u)ΩQ(w) = UN(c0)ΩQ(w) = µ(x)ΩQ(w).
Dette impliserer at CEkv;w(x,u). I sin tur kan man fra dette og (19) slutte at (Ey)(CEkv;w(x,y) & yêU(EFys)). Siden x var et vilkårlig objekt som oppfylte kravet (5) har vi: (Ax)(xêU(EFysΩEMen) → (Ey)(yêU(EFys) & CEkv;w(x,y))). Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

§4.3 Mengden av kausallover som en konservativ utvidelse av mengden av fysiske kausallover.

I denne paragrafen skal vi studere den følgende betingelse:

(1) wêI & (Ax)(xêU(EFys) & xêk(Mg(z: CLov;w(z))). →
xêk(Mg(z: zêU(EFys) & CLov;w(z))))

Denne betingelsen innebærer at w er en logisk mulig verden og at følgende gjelder i denne mulige verden: Er x et fysisk utsagn som er en logisk konsekvens av de kausallovene som gjelder i verdenen w så er også x en logisk konsekvens av de kausallovene som gjelder i verdenen w og som er rent fysiske utsagn. I forbindelse med (1) gjør vi oppmerksom på at uttrykket "k(Δ)", der Δ er en utsagnsmengde, betegner konsekvenssystemet til utsagnsmengden Δ, med andre ord mengden av alle de utsagn som er logisk implisert av utsagnene i Δ.

Brukes "CL(w)" som forkortelse for uttrykket "Mg(z: CLov;w(z))" og "FCL(w)" som forkortelse for "Mg(z: zêU(EFys) & CLov;w(z))" kan (1) reformuleres på en litt mer kompakt måte:

(1.1) wêI & (Ax)(xêU(EFys) & xêk(CL(w)). → xêk(FCL(w)))

Merk at det ikke er noe som tilsier at enhver mulig verden w oppfyller betingelsen (1). Vi skal kalle de verdenene som oppfyller dette kravet for verdener hvor mengden av de årsakslover som gjelder er en konservativ utvidelse av de fysiske lover som gjelder. Påstanden at de årsakslover som faktisk gjelder er en konservativ utvidelse av de fysiske lover er derfor en kontingent påstand. Det virker rimelig å tro at den gjelder i noen verdener, men ikke i alle.

Betrakt nå f(w0)= Mg(x: xêU(EFys) & CLov;w0(x)). Da har man åpenbart at SNu(f(w0))êU(EFys). Det må i så fall finnes en eller annen mengde a Inkl EFys* slik at µ(SNu(f(w0))) = UN(a). Merk at EFys* er mengden av alle de EFys-ekvivalensklasser over I som er bestemt av ekvivalensrelasjonen EFys. La oss nå tenke oss at vi fra hvert element y i a fjerner noen elementer fra y, men ikke slik at vi uttømmer y. Er yêa betegner vi resultatet med y'. Vi setter så a'= Mg(y': yêa). Da har vi åpenbart at UN(a') Inkl UN(a) og derfor at utsagnet µ;-1(UN(a')) impliserer µ;-1(UN(a))= SNu(f(w0)). I lys av disse overveielsene er det nærliggende å betrakte den følgende sats:

Teorem 4.3.1 Anta w0êI. Sett per definisjon:
(i) f(w0) = Mg(x: xêU(EFys) & CLov;w0(x))
Anta (ii) µ(SNu(f(w0)))≠ø og sett (iii) Q = Mg(y: yêEFys* & y Inkl µ(SNu(f(w0))))
La videre £ være en funksjon som oppfyller de følgende to krav:
(iv) Dom(£) = Q & Rgn(£) Inkl Pt(I)
(v) (Ax)(xêQ → ø≠ £(x) Inkl x)
Da gjelder:
(a) UN(Mg(£(x): xêQ)) Inkl µ(SNu(f(w0)))
(b) (Ax)(xêU(EFys) & UN(Mg(£(x): xêQ)) Inkl µ(x). →
µ(SNu(f(w0))) Inkl µ(x))

Bevis: Anta forutsetningene (i)-(v) holder. Ad (a): La z være et vilkårlig element der man har (1) zêUN(Mg(£(x):xêQ). Da finnes det noe y der
(2) zê£(y) & yêQ. Fra den andre konjunkten i (2) og forutsetning (iii) følger:
(3) yêEFys* & y Inkl µ(SNu(f(w0))). Videre følger fra (2) og forutsetningene (iv) og (v) at
(4) ø≠£(y) & £(y) Inkl y. Fra (2) og (4) følger zêy. Fra dette og den siste konjunkten i
(3) følger zêµ(SNu(f(w0))). Dette viser at (a) holder siden z var et vilkårlig objekt.

Ad (b): Anta for vilkårlig x at
(1) xêU(EFys) & UN(Mg(£(x): xêQ)) Inkl µ(x)
Vi ønsker å gi bevis for: (2) µ(SNu(f(w0))) Inkl µ(x)). Anta derfor for vilkårlig z at (3) zêµ(SNu(f(w0))) med det for øye å vise at z da er et element i µ(x). Siden f(w0) = Mg(x: xêU(EFy) & CLov;w0(x)) følger det at f(w0) Inkl U(EFys) og derfor at (4) SNu(f(w0)) êU(EFys). Merk at U(EFys) er lukket under uendelig konjunksjon. Man kan forholdsvis lett vise dette. Fra (4) har vi i lys av definisjonen av U(EFys) at det finnes en mengde X Inkl EFys* slik at (5) µ(SNu(f(w0))) = UN(X). Herav kan man ved hjelp av (3) slutte at det finnes y slik at (6) zêy & yêX. Da har y Inkl µ(SNu(f(w0))). Dette sammen med det forhold at y êX Inkl EFys* impliserer i lys av forutsetning (iii) at yêQ, og derfor at (8) £(y) Inkl UN(Mg(£(x): xêQ)) Inkl µ(x), når man tar hensyn til (1). Vi har også ved hjelp av forutsetning (v) at (9) ø≠£(y) Inkl y. Fra (9) følger at det finnes w der (10) wê£(y). Da har man (11) wêy & wêµ(x) ved hjelp av (8) og (9). Fra (1) følger at det finnes X2 slik at (12) X2 Inkl EFys* & µ(x) = UN(X2). Siden wêµ(x) har man da ved hjelp av (12) at det finnes q slik at wêqêX2 Inkl EFys*. Men wêyêEFys*. Siden de enkelte elementene i EFys* er innbyrdes disjunkte har man da at q=y og derfor siden zêy at zêq Inkl UN(X2)=µ(x).

Herav zêμ(x). Men z var et vilkårlig element slik at (3). Det følger derfor at (2) holder. Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED.**

Teoremet ovenfor sier intet direkte om betingelsen (1). Man kan imidlertid bevise et beslektet teorem som angir en tilstrekkelig betingelse for (1) og som derfor kaster noe lys over denne betingelsen.

Teorem 4.3.2 Anta w0êI. Sett per definisjon:
(i) f(w0) = Mg(x: xêU(EFys) & CLov;w0(x))
(ii) c(w0) = Mg(x: CLov;w0(x))
(iii) Q = Mg(y: yêEFys* & y Inkl μ(SNu(f(w0))))
Anta videre at
(iv) (Ay)(yêQ → . μ(SNu(c(w0)))Ωy ≠ø)
Da gjelder (1), dvs.:
(+) (Ax)(xêU(EFys) & xêk(Mg(z: CLov;w0(z))). →
xêk(Mg(z: zêU(EFys) & CLov;w0(z))))

Bevis: Anta (1) w0êI og at de andre forutsetningene i satsen holder. For å vise at (+) holder skulle det være forholdsvis lett å se at det er tilstrekkelig å bevise:
(2) (Ax)(xêU(Efys) & μ(SNu(c(w0))) Inkl μ(x). → μ(SNu(f(w0))) Inkl μ(x))
Vi tar sikte på å gi et bevis for (2). Beviset vil ha en struktur som minner om beviset for det forrige teoremet.

Anta for vilkårlig x at (3) xêU(EFys) & μ(SNu(c(w0))) Inkl μ(x).
Vi ønsker selvfølgelig å bevise: μ(SNu(f(w0))) Inkl μ(x). Anta derfor for vilkårlig z at (4) zêμ(SNu(f(w0))). Fra definisjonen av f og det forhold at U(EFys) er lukket under uendelig konjunksjon har vi (5) SNu(f(w0))êU(EFys). Dette innebærer at det finnes X slik at (6) X Inkl EFys* og der (7) μ(SNu(f(w0))) = UN(X). Fra (4) og (7) følger eksistensen av y der (8) zêy & yêX. Vi har da y Inkl μ(SNu(f(w0))) & yêX Inkl EFys*. Ved hjelp av forutsetning (iii) følger det da at (9) yêQ. Fra dette og forutsetning (iv) kan man i såfall slutte: (10) ø≠μ(SNu(c(w0)))Ωy. Dette innebærer at det finnes w slik at (11) wêμ(SNu(c(w0))) Ωy. Fra (3) og (11) følger (12) wêμ(x). Nå har man fra den første konjunkten i (3) at xêU(EFys*), og derfor at det finnes en mengde X2 slik at (13) μ(x) = UN(X2) & X2 Inkl EFys*. Fra dette og (12) følger at det finnes q der (14) qêX2 & wêq. Men fra (11) har man wêy. Vi har dessuten at y,qêEFys*. Siden de enkelte elementene i EFys* er ikke-tomme og innbyrdes disjunkte følger det at y=q. Da har vi ved hjelp av (13) at y Inkl μ(x). Men zêy i lys av (8). Det følger at zêμ(x). Siden z var et vilkårlig objekt som oppfylte (4) har vi vist μ(SNu(f(w0))) Inkl μ(x). Dette viser at (2) holder. Dermed har det blitt gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED.**

Man kan bevise det omvendte av satsen ovenfor:

Teorem 4.3.3 Anta w0êI og at
(i) (Ax)(xêU(EFys) & xêk(Mg(z: CLov;w0(z))). →
xêk(Mg(z: zêU(EFys) & CLov;w0(z))))
Sett per definisjon:
(ii) f(w0) = Mg(x: xêU(EFy) & CLov;w0(x))
(iii) c(w0) = Mg(x: CLov;w0(x))
(iv) Q = Mg(y: yêEFys* & y Inkl μ(SNu(f(w0))))
Da gjelder (1), dvs.:
(Ay)(yêQ → . μ(SNu(c(w0)))Ωy ≠ø)

Bevis: Anta w0êI og anta at forutsetningene (i) – (iv) holder. I lys av (ii) og (iii) har man at forutsetning (i) er ekvivalent med:

(1) (Ax)(xêU(EFys) & μ(SNu(c(w0))) Inkl μ(x). → μ(SNu(f(w0))) Inkl μ(x))

Anta nå for reduktio ad absurdum at det finnes y0 slik at:

(2) y0êQ & μ(SNu(c(w0)))Ωy0=ø

Definer et utsagn x0 ved å sette:

(3) x0=μ;-1(UN(Mg(z: zêEFys* & zΩμ(SNu(c(w0)))≠ø)))

Setter man X1 = Mg(z: zêEFys* & zΩμ(SNu(c(w0)))≠ø) ser man lett at X1 Inkl EFys* og at μ(x0) = UN(X1). Det følger da at (4) x0êU(EFys).

Anta nå for vilkårlig r at (5) rêμ(SNu(c(w0))). Da har man om man setter z1= Mg(r': r'êI & EFys(r',r)) at (6) z1êEFys* & z1Ωμ(SNu(c(w0)))≠ø. Det følger at z1êX1 og at vi dessuten har z1 Inkl μ(x0). Men rêz1. Det følger at rêμ(x0). Siden r var et helt vilkårlig objekt har vi vist: (7) μ(SNu(c(w0))) Inkl μ(x0). Fra (1), (4) og (7) kan man slutte:

(8) μ(SNu(f(w0))) Inkl μ(x0)

Fra (2) og definisjonen av Q har man (9) y0 Inkl μ(SNu(f(w0))). Dette og (8) impliserer (10) y0 Inkl μ(x0). Vi har også ved hjelp av (2) og definisjonen av Q at (11) y0êEFys*. Fra (11) kan man slutte at y0≠ø og derfor at det finnes s slik at (12) sêy0. Fra (10) og (12) følger sêμ(x0). Fra dette og (3) følger i sin tur at det finnes z1 slik at:

(13) sêz1 & z1êEFys* & z1Ωμ(SNu(c(w0)))≠ø

Nå har man fra (12) og (13) at sêz1 & sêy0. Videre har man fra (11) og (13) at z1,y0êEFys*. Siden de diverse elementene i EFys* er innbyrdes disjunkte følger det at y0=z1. Fra dette og (13) kan man derfor slutte at y0Ωμ(SNu(c(w0)))≠ø. Dette strider imidlertid åpenbart mot (2). Det følger at det ikke kan finnes y0 slik at (2) holder. Man har derfor: (Ay)(yêQ → μ(SNu(c(w0)))Ωy ≠ø).

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED.**

Innholdet i de to foregående teoremer kan også sammenfattes slik:

Teorem 4.3.4 Anta w0êI. Da har man at de følgende to åpne setninger er ekvivalente:

(i) (Ax)(xêU(EFys) & xêk(Mg(z: CLov;w0(z))). →
xêk(Mg(z: zêU(EFys) & CLov;w0(z))))

(ii) (Aw1)(w1êμ(SNu(Mg(z: zêU(EFys) & CLov;w0(z)))). →
(Ew2)(w2êI & EFys(w1,w2) & w2êμ(SNu(Mg(z: CLov;w0(z))))))

Bevis: I lys av de to foregående teoremene er det tilstrekkelig å bevise at (ii) satsen ovenfor er ekvivalent med

(1) (Ay)(yêQ → ø≠μ(SNu(c(w0)))Ωy)

gitt at man setter:

(2.1) f(w0) = Mg(x: xêU(EFy) & CLov;w0(x))
(2.2) c(w0) = Mg(x: CLov;w0(x))
(2.3) Q = Mg(y: yêEFys* & y Inkl μ(SNu(f(w0))))

(A) La oss først vise at (1) impliserer (ii). Anta derfor for vilkårlig w1 at

(3) w1êμ(SNu(Mg(z: zêU(EFys) & CLov;w0(z))))

I lys av (2.1) er dette ekvivalent med:

(3.1) w1êμ(SNu(f(w0)))

Nå har man at U(EFys) er lukket under uendelig konjunksjon og at man derfor har SNu(f(w0))êU(EFys). Det finnes derfor en mengde X slik at:

(4.1) X Inkl EFys*
(4.2) µ(SNu(f(w0))) = UN(X)

Fra dette og (3.1) følger det at det finnes y der (5) w1êy & yêX. Fra (4.1), (4.2) og (5) følger:

(6) y Inkl µ(SNu(f(w0))) & yêEFys*

Fra dette og (2.3) kan man så slutte: (7) yêQ. Fra dette og (1) følger så i sin tur:

(8) ø≠µ(SNu(c(w0)))Ωy. Da må det finnes w2 slik at
(9) w2êµ(SNu(c(w0)))Ωy. Men siden w1êy & yêEFys* følger herav:
(10) w2êI & EFys(w1,w2) & w2êµ(SNu(c(w0)))

I lys av (2.2) har man da det som ønskes, nemlig:

(11) (Ew2)(w2êI & EFys(w1,w2) & w2êµ(SNu(Mg(z: CLov;w0(z)))))

(B) La oss så vise at (ii) impliserer (1). Anta (ii) holder og anta for vilkårlig y at (12) yêQ. Fra dette og (2.3) følger:

(13) yêEFys* & y Inkl µ(SNu(f(w0)))

Siden de diverse elementene i EFys* er ikke-tomme følger det at det finnes w1 slik at (14) w1êy. Fra dette og (13) følger w1êµ(SNu(f(w0))). Ved hjelp av (2.1) og (ii) kan vi da slutte at det finnes w2 der:

(15) w2êI & EFys(w1,w2) & w2êµ(SNu(Mg(z: CLov;w0(z))))

Siden EFys(w1,w2) og w1êyêEFys* følger at w2êy. Dette og (15) impliserer:

ø≠ yΩµ(SNu(Mg(z: CLov;w0(z)))). I lys av (2.2) følger da det vi ønsker, nemlig: ø≠ µ(SNu(c(w0)))Ωy. Dette avslutter beviset for satsen. **QED.**

Vi nevnte innledningsvis en definisjon av uttrykket "utsagnene i Δ representerer en deduktiv-nomologisk forklaring på hvorfor u er tilfelle i verdenen w" som vi her vil forkorte med "DNF;w(Δ,u)"[10]. Definisjonen kan formaliseres slik:

Definisjon 4.3.1: DNF;w(Δ,u) ↔ wêI & ø≠Δ Inkl U & uêU & w ⊨ u &
(Ax)(xêΔ → True(w,x)) & CImp;w(u, Δ) &
¬CImp;w(SNu(Δ),{u}) & ¬LK;m(u,Δ)

I forbindelse med dette begrepet om deduktiv-nomologisk forklaring nevnte vi innledningsvis tre andre. Dette var begrepet om en ikke-fysikalistisk deduktiv-nomologisk forklaring, samt begrepene om en svakt fysikalistisk deduktiv-nomologisk forklaring og en rent fysikalistisk deduktiv nomologisk forklaring. Skillet mellom en ikke-fysikalistisk og en svakt fysikalistisk forklaring avhenger, som man husker, av naturen til mengden Δ. Har man at DNF;w(Δ,u) og at ¬(SNu(Δ)êU(EFys)) sier vi at Δ representerer en ikke-fysikalistisk deduktiv-nomologisk forklaring på hvorfor u er tilfelle. Har vi at alle utsagnene i Δ er fysiske utsagn sier vi at Δ representerer en svakt fysikalistisk forklaring på hvorfor u er tilfelle. Dette siste vil altså være tilfelle om man har (Ax)(xêΔ → xêU(EFys)). Når det gjelder en rent fysikalistisk forklaring er dette en svakt fysikalistisk forklaring som i tillegg oppfyller det krav at ekaplanandum bare skal kunne utledes fra eksplanans ved hjelp av rent fysiske lover. Bruker vi uttrykket "RFF;w(Δ,u)" som forkortelse for "Δ representerer en rent fysikalistisk deduktiv-nomologisk forklaring på hvorfor u er tilfelle" kan en formell definisjon formuleres slik:

Definisjon 4.3.2: Man har RFF;w(Δ,u) hvis og bare hvis Δ og u oppfyller de følgende krav:

(i) wêI & ø≠Δ Inkl U & uêU & w ⊨u &
(ii) (Ax)(xêΔ → True(w,x))

---

[10] Se §1

(iii) (Ax)(xêΔ → xêU(EFys))
(iv) LK;m(u, ΔUMg(y: CLov;w(y) & yêU(EFys)))
(v) ¬CImp;w(SNu(Δ),u) & ¬LK;m(u,Δ)

Man ser at forskjellen mellom denne definisjonen og den foregående består i at man i den siste krever at alle utsagnene i Δ skal være fysiske og dessuten erstatter kravet CImp;w(u,Δ) med det strengere kravet om u skal kunne logisk sett deduseres fra Δ sammen med kausalover som er rent fysiske. Man har selvfølgelig at dersom RRF;(Δ,u) holder så holder DNF;w(Δ,u):

Teorem 4.3.5 RFF;w(Δ,u) → DNF;w(Δ,u)

Bevis: Fra definisjonene som er gitt ovenfor ser man at det vil være tilstrekkelig å bevise at (1) LK;m(u, ΔUMg(y: CLov;w(y) & yêU(EFys))) impliserer (2) CImp;w(u,Δ). Nå har man i lys av definisjonen av LK;m at (1) er ekvivalent med:
(3) μ(SNu(Δ)Ω SNu(Mg(y: CLov;w(y) & yêU(EFys)))) Inkl μ(u).
Men Mg(y: CLov;w(y) & yêU(EFys)) Inkl Mg(y: CLov;w(y)).
Det følger at
(4) μ(SNu(Mg(y: CLov;w(y)))) Inkl μ(SNu(Mg(y: CLov;w(y) & yêU(EFys))))
Fra dette og (3) har man μ(SNu(Δ)Ω SNu(Mg(y: CLov;w(y)))) Inkl μ(u). Men dette siste er ekvivalent med CImp;w(u,Δ). **QED.**

Vi kan nå vise at prinsippet vi har undersøkt ovenfor, nemlig at de årsakslover som gjelder er en konservativ utvidelse av de fysiske årsakslover som gjelder impliserer at det å gi en svakt fysiskalistisk forklaring på et fysisk utsagn er ekvivalent med å gi en rent fysikalistisk forklaring på hvorfor det holder. Mer presist kan man bevise den følgende sats:

Teorem 4.3.6 Anta
(i) wêI & (Ax)(xêU(EFys) & xêk(CL(w)). → xêk(FCL(w))) og
(ii) uêU(EFys)
Da har man at følgende holder:
DNF;w(Δ,u) & (Ay)(yêΔ → U(EFys)) .↔ RFF;w(Δ,u)

Bevis: Anta (i) og (ii) holder. Anta videre at
(1) DNF;w(Δ,u) & (Ay)(yêΔ → U(EFys)).
I lys av definisjonen vi ga ovenfor ser man at dette er ekvivalent med:
(2.1) wêI & ø≠Δ Inkl U & uêU & w ⊨u &
(2.2) (Ax)(xêΔ → True(w,x))
(2.3) (Ax)(xêΔ → U(EFys))
(2.4) CImp;w(u,Δ)
(2.5) ¬CImp;w(SNu(Δ),u) & ¬LK;m(u,Δ)
For å vise at (1) er ekvivalent med RFF;w(Δ,u) er det derfor helt tilstrekkelig å vise at (3) CImp;w(u,Δ) er ekvivalent med
(4) LK;m(u, ΔUMg(y: CLov;w(y) & yêU(EFys)))
Nå har man at CImp;w(u,Δ) er ekvivalent med at C(SNu(Δ),u)êk(CL(w)). Tilsvarende har vi at (4) er ekvivalent med C(SNu(Δ),u)êk(FCL(w)). Siden u er et fysisk utsagn og Δ Inkl U(EFys) følger det at C(SNu(Δ),u)êU(EFys). Fra dette og (i) følger at C(SNu(Δ),u)êk(CL(w)) → C(SNu(Δ),u)êk(FCL(w)). Implikasjonen den andre veien er opplagt. Dette viser at satsen holder. **QED.**

Ved hjelp av de begrepene vi nå har innført synes det mulig å formulere endel krav som det er mulig å stille til mulige verdener. Disse kravene synes å ha en viss filosofisk interesse.

Anta w er en mulig verden og anta at u er et rent fysisk utsagn og at utsagnsmengden Δ representerer en deduktiv nomologisk forklaring i w på hvorfor u er tilfelle. Har man da for enhver slik Δ at det finnes en Δ' der Δ' gir en rent fysiskalistisk forklaring i w på hvorfor u er tilfelle skal vi si at w er en verden der den fysiske virkelighet er eksplanatorisk sett autonom. Dette innebærer selvfølgelig at dersom u er et fysisk faktum i w som man kan gi en forklaring på, så kan man også i verdenen w forklare u uten å trekke inn noe annet en rent fysiske begreper og lover. La oss sammenfatte dette begrepet om eksplanatorisk autonomi i en definisjon:

Definisjon: Vi sier at w er en verden der *den fysiske virkelighet er eksplanatorisk sett autonom*, i symboler "FAut(w)", hvis og bare hvis w oppfyller følgende krav:
wêI & (Au)(uêU(EFys) & (EΔ)DNF;w(Δ,u). → (EΔ')RFF;w(Δ',u))
Vi betegner det utsagnet som har Mg(w: FAut(w)) som sin sannhetsmengde med FAut* og setter:
FAut* = μ;-1(Mg(w: FAut(w)))

I teorien TMF;c kan man neppe utlede at FAut* er et kontingent utsagn. Men dette virker rimelig. Det synes ikke å være noe direkte i veien for at det skulle kunne finnes verdener der utsagnet er sant, men at det også finnes verdener der utsagnet er usant. At utsagnet er sant i den aktuelle verden er selvfølgelig heller ikke noe man kan bevise på grunnlag av de prinsippene som inngår i TMF;c. Vi skal ikke ta noen direkte stilling til dette, men påstanden virker ikke urimelig. Tesen er imidlertid neppe direkte prøvbar. Den evidens man eventuelt kan gi som støtte for den må i tilfelle være av en mer indirekte og systematisk art.

I resten av dette avsnittet skal vi studere visse satser som kaster et visst lys over forholdet mellom den påstand at de naturlovene som gjelder i en verden er en konservativ utvidelse av de fysiske naturlovene og prinsippet om kausal superveniens. Dessuten skal vi se på en del tilsvarende satser som bidrar til å kaste lys over dette prinsippets forhold til den påstand at den fysiske virkelighet er eksplanatorisk autonom.

Før vi starter med å formulere disse satsene, for dernest å gi bevis for dem, finner vi det hensiktsmessig å gi bevis for den følgende hjelpesetning:

Lemma 1 Anta
(i) wêI &Δ≠ø & f: Δ → Γ.
(ii) (Ax)(xêΔ → CEkv;w(x,f(x)))
Da har man: CEkv;w(SNu(Δ), SNu(Mg(f(x): xêΔ)))

Bevis: Anta forutsetningene holder. I lys av et teorem vi viste om CEkv;w vil det være tilstrekkelig å bevise:
(1) μ(SNu(Δ))Ω Q(w) = μ(SNu(Mg(f(x): xêΔ))) Ω Q(w)
Vi viser først inklusjonen mot høyre: Anta (2) w'êμ(SNu(Δ))Ω Q(w) for vilkårlig w'. Da har man (3) w'êQ(w) & (Ay)(yêΔ → w'êμ(y)) Vi må vise (+) w'êμ(SNu(Mg(f(x): xêΔ))). Dette er ekvivalent med (4) (Ax)(xêΔ → w'êμ(f(x))). Anta (5) yêΔ for vilkårlig y. Da har man ved hjelp av (3) at (6) w'êμ(y)ΩQ(w). Siden yêΔ har vi ved hjelp av forutsetning (ii) at CEkv;w(y,f(y)). Dette impliserer (7) μ(y)ΩQ(w) = μ(f(y))ΩQ(w). Fra dette og (6) følger w'êμ(f(y)). Siden y var vilkårlig følger det at (4) holder og derfor at (+) holder. Dette viser at inklusjonen mot høyre holder. Inklusjonen mot venstre vises på samme måte. **QED**.

Vi skal nå gi bevis for den følgende sats:

Teorem 4.3.7 Anta
(i) (Ax)(xêU & Q(w) Inkl μ(x) → CLov;w(x))
Da har man:
(Ay)(yêU(EFys) & yêk(CL(w)) → yêk(FCL(w)))

La oss før vi går videre bemerke at CL(w) er definert som mengden av utsagn som representerer kausallover i w, ie Mg(x: CLov;w(x)), videre at FCL(w) er definert slik:
FCL(w) = Mg(y: yêU(EFys) & CLov;w(y))
FCL(w) er altså mengden av alle de rent fysiske utsagn som representerer kausallover som gjelder i verdenen w. Endelig bemerker vi at k(Δ), der Δ er en utsagnsmengde, er mengden av alle de utsagn som logisk sett er implisert av utsagnene i Δ. Formelt kan k(Δ) defineres slik:
k(Δ) = Mg(u: uêU & μ(SNu(Δ)) Inkl μ(u))

Bevis: Anta (1) yêU(EFys) og (2) yêk(CL(w)). Fra (2) følger ved hjelp av definisjonen av k og CL at LK;m(y, Mg(x: CLov;w(x))). Dette impliserer ved hjelp av definisjonen av LK;m at (3) μ(SNu(Mg(x: CLov;w(x)))) Inkl μ(y). I sin tur impliserer dette ved hjelp av definisjonen av Q(w) at (4) Q(w) Inkl μ(y). Siden yêU(EFys) har vi yêU, og derfor ved hjelp (4) og forutsetning (i) at CLov;w(y). Det følger at vi må ha
(5) yêU(EFys) & CLov;w(y)
Herav kan man slutte: yêMg(x: xêU(EFys) & CLov;w(x)). Det følger da videre siden man generelt har Δ Inkl k(Δ) at yêk(Mg(x: xêU(EFys) & CLov;w(x))). Ved hjelp av definisjonen av FCL kan man i sin tur fra dette slutte at yêk(FCL(w)). Dette viser at satsen holder. **QED**.

Man ser fra den siste delen av beviset at man ikke bare kan vise konsekventen i Teorem 3 på basis av forutsetningene, men noe sterkere, nemlig k(CL(w)) = k(FCL(w)). Dette følger direkte fra formel (16) i beviset ovenfor.

Teorem 4.3.8 Anta
(i) wêI & UM;k(w) SInkl UF;k(w) & (Ex)CLov;w(x)
(ii) SNu(CL(w))êU(EFys)
(iii) (Ax)(xêU & Q(w) Inkl μ(x) → CLov;w(x))
(iv) U = U(EFysΩEMen)
Da har man:
(Au)(uêU(EFys) & (EΔ)DNF;w(Δ,u) → (EΔ')RFF;w(Δ',u)

Bevis: Anta forutsetningene i satsen holder. Anta for vilkårlig u og Δ at
(1) uêU(EFys) & DNF;w(Δ,u)
Fra DNF;w(Δ,u) følger ved hjelp av definisjonen av DNF at
(2.1) ø≠ Δ Inkl U
(2.2) w ⊨u & (Ay)(yêΔ → w ⊨y)
(2.3) CImp;w(u,Δ)
(2.4) ¬ CImp;w(SNu(Δ), {u})
(2.5) ¬LK;m(u,Δ)
Fra den første og fjerde forutsetningen i satsen sammen med Teorem 4.2.7 følger:
(3) (Ax)(xêU → (Ey)(yêU(EFys) & CEkv;w(x,y)))
Fra (3) følger ved hjelp av utvalgsaksiomet at det finnes en funksjon ξ som oppfyller følgende krav:

(4.1) Func(ξ) & ξ : U → U(EFys)
(4.2) (Ax)(xêU → CEkv;w(x,ξ(x)))

Vi må vise at (EΔ')RFF;w(Δ',u). For å gjøre dette vil det være tilstrekkelig å vise at det finnes en mengde Δ;1 som oppfyller de følgende krav:

(c1) ø≠Δ;1 Inkl U
(c2) w ╞u & (Ax)(xêΔ;1 → w ╞x)
(c3) (Ax)(xêΔ;1 → xêU(EFys))
(c4) LK;m(u, Δ;1U Mg(y: yêU(EFys) & CLov;w(y)))
(c5) ¬CImp;w(SNu(Δ;1), {u})
(c6) ¬LK;m(u, Δ;1)

Vi skal straks definere en mengde Δ;1 som vi skal vise oppfyller kravene (c1) - (c5). Først setter vi per definisjon
(5) Δ;0 = Mg(ξ(x) : xêΔ)
Nå kan man fra (2.5) slutte at det finnes en verden w0 der
(6.1) w0 ╞Δ
(6.2) ¬(w0 ╞ u)
Denne verdenen w0 kan ikke være med i Q(w) for i motsatt falle ville vi ha ved hjelp av (6.1) at w0 ê(Q(w) Ω μ(SNu(Δ))). Dette sammen med (6.2) strider imidlertid mot (2.3). Vi har altså:
(7) w0ê (I-Q(w)).
Sett nå per definisjon q(w0) = Mg(w: EFys(w, w0). Vi definerer dernest Δ;1 ved:
(8) Δ;1 = Mg(μ;-1(μ(x)Uq(w0)) : xêΔ;0)
Det vil nå være tilstrekkelig å vise at denne mengden Δ;1 oppfyller kravene (c1) - (c6).

Ad (c1): Siden Δ ≠ø ifølge (2.1) kan man slutte at Δ;0 ≠ø. Fra definisjonen av Δ;1 følger det at Δ;1≠ø. Fra (8) ser man umiddelbart at Δ;1 Inkl U, med andre or at Δ;1 er en mengde med utsagn.

Ad (c2): Det følger direkte fra (2.2) at w ╞u. La oss vise at den andre delen av (c2) holder. Anta for vilkårlig y at yêΔ;1. Da har man ved hjelp av (8) at det finnes noe u slik at
(9.1) y=μ;-1(μ(u)Uq(w0)) & uêΔ;0. Siden uêΔ;0 følger ved hjelp av (5) at
(9.2) u=ξ(x) & xêΔ for noe x. Ved hjelp av (2.2) følger det at w ╞x. Siden Δ Inkl U kan man ved hjelp av (4.2) slutte, siden xêΔ Inkl U at (9.3) CEkv;w(x,f(x)). Siden wêQ(w) og wêμ(x) siden w ╞x følger wê(Q(w)Ωμ(x)). Dette sammen med (9.3) impliserer at wê(Q(w)Ωμ(ξ(x)). Det følger w ╞ ξ(x) og derfor, i lys av (9.2), at w ╞u. Da har vi at wê(μ(u)Uq(w0)) og derfor at w ╞ μ;-1(μ(u)Uq(w0)) = y. Man har altså w ╞ y. Siden y var et vilkårlig element i Δ;1 følger det at (Ay)(yêΔ;1 → w ╞y). Dette viser at kravet (c2) holder.

Ad (c3): Anta xêΔ;1 for vilkårlig x. I lys av definisjonen av Δ;1 ovenfor følger det at det finnes u der vi har (10.1) x = μ;-1(μ(u)Uq(w0)) & uêΔ;0. Siden uêΔ;0 har vi ved hjelp av (5) at (10.2) u= ξ(y) & yêΔ. Siden ξ : U → U(EFys) og Δ Inkl U følger det at ξ(y) êU(EFys). Dette impliserer i sin tur, i lys av (10.2) at det finnes c0 der
(10.3) μ(u) = μ(ξ(y)) = UN(c0) & c0 Inkl EFys*. Siden q(w0)êEFys* har vi at c0U{q(w0)} Inkl EFys*. Setter vi d= c0U{q(w0)} har vi:
μ(u)Uq(w0) = UN(d) & d Inkl EFys*. Det følger at
x= μ;-1(μ(u)Uq(w0)) êU(EFys). Dette viser at (c3) holder.

Ad (c4): Fra (2.3) følger ved hjelp av definisjonen av CImp:

(11.1) μ(SNu(Mg(x: CLov;w(x)))Ωμ(SNu(Δ)) Inkl μ(u).
Vi har μ(SNu(Mg(x: CLov;w(x))) = Q(w). Fra forutsetningene (ii) og (iii) i satsen kan man vise:

(11.2) Q(w) = μ(SNu(Mg(x: xêU(EFys) & CLov;w(x)))

Siden U(EFys) er lukket under uendelig konjunksjon følger fra (11.2) at

(11.3) μ;-1(Q(w)) êU(EFys)

Siden μ(SNu(Mg(x: CLov;w(x))) = Q(w) følger fra (11.1) at

(11.4) Q(w)Ω μ(SNu(Δ)) Inkl μ(u)

I lys av (11.2) og (11.4) vil det være tilstrekkelig å vise at SNu(Δ;1) er kausalt sett ekvivalent med hensyn på w med SNu(Δ). Fra (4.2) og Lemma 1 har vi:

(11.5) CEkv;w(SNu(Δ), SNu(Δ;0))

Nå har man:

(11.6) SNu(Δ;1)ΩQ(w) = SNu(Mg(μ;-1(μ(u)Uq(w0)) : uêΔ;0) Ω Q(w)
= SNu(Δ;0) Ω Q(w)

siden q(w0) Ω Q(w) =ø og fordi μ;-1(Q(w)) er et fysisk utsagn og dessuten w0ê(I-Q(w)). Man har altså:

(11.7) CEkv;w(SNu(Δ;0), SNu(Δ;1))

Fra dette og (11.5) kan man slutte CEkv;w(SNu(Δ), SNu(Δ;1)). Fra dette og (11.4) følger:

Q(w)Ω μ(SNu(Δ;1)) Inkl μ(u)

I lys av (11.2) har man derfor at

LK;m(u, Δ;1U Mg(y: yêU(EFys) & CLov;w(y)))

Dette viser at (c4) holder.

Ad (c5): Siden vi har CEkv;w(SNu(Δ), SNu(Δ;1)) har vi at

(12.1) CImp;w(SNu(Δ), {u}) ↔ CImp;w(SNu(Δ;1), {u})

Siden negasjonen av venstre side i (12.1) følger fra (2.4) har vi ¬(CImp;w(SNu(Δ;1), {u})). Dette viser at (c5) holder.

Ad (c6): Fra (6.2) har vi ¬(w0 ⊨ u). Er nå y et vilkårlig objekt i Δ;1 har vi fra (8), definisjonen av Δ;1 at y= μ;-1(μ(u)Uq(w0)) for noe uêΔ;0. Det følger at w0êq(w0) Inkl μ(u)Uq(w0) = μ(y). Fra dette følger så: w0 ⊨ y. Siden y var et vilkårlig objekt har vi (Ay)(yêΔ;1 → w0 ⊨y). Det følger at man har: w0 ⊨Δ;1 & ¬(w0 ⊨u). Fra dette kan man slutte ¬LK;m(u, Δ;1). Dette viser at (c6) holder.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for Teorem 4. **QED**.

Teorem 4.3.9 U = U(Rest(Id,I))[11]

Man har at Id er identitetsrelasjonen. Id er altså definert ved: Id=Mg(<x,y>: x=y). Rest(Id,I) er identitetsrelasjonen begrenset til I. Man har altså at Rest(Id,I) er identisk med Mg(<x,y>: x,yêI & x=y). Man har naturligvis at Rest(Id,I) er en ekvivalensrelasjon over I. U(Rest(Id,I)) er da naturligvis mengden av utsagn som er bestemt av denne ekvivalensrelasjonen.

Bevis: (a) Vi viser først inklusjonen mot høyre. Anta (1) xêU. Da finnes det en mengde y Inkl I slik at at (2) x= μ;-1(y), med andre ord slik at (3) y = μ(x). Det skulle være lett å se at (4) Rest(Id,I)* = Mg({w}: wêI). Definer nå c ved c= Mg({w}: wêy). Da har man åpenbart c Inkl (Rest(Id,I))* og UN(c)=y. Sammen med (3) og definisjonen av U(e), der e er en ekvivalensrelasjon, impliserer dette at xêU(Rest(Id,I)).

---

[11] Merk at Rest(f,a) der f er en funksjon og a er en mengde er restriksjonen av funksjonen f til mengden a, det vil si funksjonen f med domenet begrenset til a. Uttrykket "Rest(f,a)" er definert slik:
Rest(f,a) = Mg(<x,y>: <x,y>êf & xêa)

(b) La oss så se på inklusjonen mot venstre. Anta xêU(Rest(Id,I)). Da følger ved hjelp av definisjonen av U(e) at det finnes en mengde c der c Inkl (Rest(Id,I))* og µ(x)=UN(c). Siden UN(c) Inkl I følger det da at xêU. **QED**.

Teorem 4.3.10 Man har at de følgende tre påstander er ekvivalente:
(i) U = U(EFysΩ EMen Ω EInt)
(ii) EFys Ω EMen Ω EInt = Rest(Id,I)
(iii) (Ax)(xê(EFysΩ EMen Ω EInt)* → (Ew)(wêI & x= {w})

Bevis: Siden EFys, EMen og EInt er ekvivalensrelasjoner over I har man at også EFys Ω EMen Ω EInt er en ekvivalensrelasjon. Siden U= U(Rest(Id,I)) ifølge Teorem 4.3.9 har man at (i) er ekvivalent med (1) U(Rest(Id,I)) = U(EFys Ω EMen Ω EInt). Ved hjelp av Teorem 3.2 i Del II er imidlertid (1) ekvivalent med EFys Ω EMen Ω EInt = Rest(Id,I). Dette viser at (i) og (ii) er ekvivalente. La oss så vise at (ii) og (iii) er ekvivalente. Vi viser først at (ii) impliserer (iii). Anta (ii) holder og anta xê(EFys Ω EMen ΩEInt)* for vilkårlig x. Fra det siste og (ii) følger xê(Rest(Id,I))*. I sin tur følger det fra dette at xêMg({w}: wêI) og derfor at (Ew)(wêI & x={w}). Dette viser at (iii) holder om (ii) gjør det.

På den annen side må vi også vise at (iii) impliserer (ii). Anta derfor at (iii) holder. Da følger (EFys Ω EMen Ω EInt)* Inkl Mg({w}: wêI) og derfor
(2) (EFys Ω EMen Ω EInt)* Inkl (Rest(Id,I))*.
Anta for vilkårlige x,y at <x,y>ê(EFys Ω EMen Ω EInt). Da har vi at det må finnes noe c der c ê(EFys Ω EMen Ω EInt)* og x,yêc. Ved hjelp av (2) kan man da slutte cê(Rest(Id,I))*. Det følger at c= {w} for noe wêI. Siden x,yêc følger x=w=y. Da <x,y>ê(Rest(Id,I)). Dette viser at den ene halvdelen av (ii) holder.

Anta på den annen side at <x,y>êRest(Id,I). Da har man x,yêI & x=y. Det følger da trivielt, siden EFys Ω EMen Ω EInt er en ekvivalensrelasjon, at
<x,x>ê EFys Ω EMen Ω EInt og derfor at <x,y>ê EFys Ω EMen Ω EInt . Dette viser at (ii) holder om (iii) holder.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Teorem 4.3.11 Anta
(i) U(EMen) Inkl U(EFys)
(ii) U = U(EFys Ω EMen)
Da gjelder for alle wêI
(Ay)(yêU(EFys) & yêk(CL(w)) → yê(FCL(w)))

Bevis: Anta forutsetningene i satsen holder. Anta videre (1) yêU(EFys) & yêk(CL(w)). Fra den siste konjunkten i (1) følger:
(2) µ(SNu(Mg(x: CLov;w(x)))) Inkl µ(y)
Nå har man (3) (Ax)(CLov;w(x) → xêU). Vi har derfor at (4) Mg(x: CLov;w(x)) Inkl U. Fra dette og forutsetning (ii) følger
(5) Mg(x: CLov;w(x)) Inkl U(EFys Ω EMen)
Nå har vi fra den første forutsetningen at EFys Inkl EMen. Fra dette følger:
EFysΩ EMen = EFys og derfor U(EFys Ω EMen) = U(EFys).
Man har derfor: (6) Mg(x: CLov;w(x)) Inkl U(EFys). Vi har følgelig at
Mg(x: CLov;w(x)) = Mg(x: xêU(EFys) & CLov;w(x))
Fra dette, (2) og definisjonen av FCL(w) følger:
(7) µ(SNu(FCL(w))) Inkl µ(y). Herav følger så: yêk(FCL(w)). **QED**.

Teorem 4.3.12 Anta

(i) U(EMen) Inkl U(EFys)

(ii) U = U(EFys Ω EMen)

Da gjelder: (Aw)(wêI → FAut(w))

Bevis: Fra den første forutsetningen følger (1) EFys Inkl EMen og derfor:

(2) EFys Ω EMen = EFys. Herav har vi så:

U(EFys Ω EMen) = U(EFys). Fra dette og den andre forutsetningen i satsen kan man så slutte: (3) U = U(EFys).

Anta nå for vilkårlig w, Δ, u at (4) wêI og (5) DNF;w(Δ,u) . Anta dessuten (6) uêU(EFys). Fra (5) følger ved hjelp av definisjonen av DNF at

(7.1) ø ≠ Δ Inkl U

(7.2) w ⊨u & (Ay)(yêΔ → w ⊨y)

(7.3) CImp;w(u,Δ)

(7.4) ¬ CImp;w(SNu(Δ), {u})

(7.5) ¬ LK;m(u,Δ)

Fra (7.1) og (3) følger selvfølgelig:

(8) (Ax)(xêΔ → xêU(EFys))

Fra (7.3) følger: (9) LK;m(u, Δ U Mg(x: CLov;w(x))). Men vi har:

(10) Mg(x:CLov;w(x)) Inkl U = U(EFys)

Fra (9) og (10) kan man slutte:

(11) LK;m(u, Δ U Mg(x: xêU(EFys) & CLov;w(x)))

Fra (7.1), (7.2), (8), (11), (7.4) og (7.5) kan man ved hjelp av definisjonen av RFF slutte:

(EΓ)(RFF;w(Γ,u). Siden u,Δ og w var vilkårlige objekter som oppfyllte (3), (4) og (5) følger det at (Aw)(wêI → FAut(w)). Dette viser at satsen holder. **QED**.

§5 Ytterligere noen teser om forskjellige typer av såkalt "superveniens" mellom det mentale og det fysiske.

I §2 definerte vi diverse ekvivalensrelasjoner over klassen av mulige verdener. De to relasjonene vi vil ta utgangspunkt i i denne paragrafen er relasjonene FEkv;X, fysisk ekvivalens over tidsområdet X, og relasjonen MEkv;X, mental ekvivalens over tidsområdet X. I det følgende lar vi FEkv uten subskript betegne relasjonen FEkv;T der T er mengden av alle tidspunkter. Tilsvarende betegner "MEkv" relasjonen MEkv;T.

Som vi påpekte bestemmer enhver ekvivalensrelasjon R over mengden av mulige verdener en mengde av utsagn, nemlig utsagnsmengde U(R). De utsagn som er bestemt av ekvivalensrelasjonen U(FEkv) skal vi omtale som den totale mengden av fysiske utsagn. Mengden U(MEkv) kaller vi for mengden av mentale utsagn.

Før vi går videre nevner vi at det følgende teorem holder:

Teorem 5.1 (a) Anta R;1 og R;2 er to ekvivalensrelasjoner over I. Da gjelder:

(i) R;1 Inkl R;2 ↔ U(R;2) Inkl U(R;1)

(ii) R;1 = R;2 ↔ U(R;1) = U(R;2)

(b) Man har FEkv Inkl MEkv ↔ U(MEkv) Inkl U(FEkv)[12]

---

[12] Se Del II, §3 for et bevis for denne påstanden.

I denne satsen er punkt (b) en triviell konsekvens av punkt (a), siden FEkv og MEkv er ekvivalensrelasjoner over I.

I det følgende brukes "CL(w)" som forkortelse for uttrykket "mengden av alle de kausallover som gjelder i verdenen w". Mengden av de kausallovene som gjelder i verdenen w og som er rent fysiske utsgn, dvs. er med i U(FEkv), betegner vi med FCL(w). Disse to uttrykkene kan formelt sett defineres slik:

Definisjon 5.2 (a) CL(w) = Mg(y: CLov;w(y))
(b) FCL(w) = Mg(y: yêU(FEkv) & CLov;w(y))

Anta w er en logisk mulig verden og betrakt mengden av alle de verdener som har den samme totale fysiske historie som w. Dette vil være mengden Mg(w': FEkv(w',w)). Dette er selvfølgelig en mengde av mulige verdener og vil derfor utgjøre sannhetsmengden til et bestemt utsagn. Dette utsagnet betegnes "u;F(w)". Uttrykket defineres slik:

Definisjon 5.3 u;F(w) = µ;-1(Mg(w': FEkv(w',w)))

Man ser ganske lett at gitt et hvilket som helst fysisk utsagn x, dvs. et element i U(FEkv) vil enten x eller negasjonen av x være implisert at u;F(w). Man kan derfor si at utsagnet u;F(w) representerer konjunksjonen eller totaliteten av alle de fysiske fakta som foreligger i verdenen w.

Man kan selvfølgelig innføre et tilsvarende begrep i forbindelse med ekvivalensrelasjonen MEkv:

Definisjon 5.4 u;M(w) = µ;-1(Mg(w': MEkv(w',w)))

Uttrykket "u;M(w)" kunne man lese "totaliteten av alle de mentale fakta som foreligger i verdenen w". Denne lesemåten er forsåvidt berettiget fordi man kan vise at utsagnet u;M(w) er identisk med konjunksjonen av alle de mentale utsagn som er sanne i verdenen w. Man har med andre ord at det følgende holder om wêI: u;M(w) = SNu(Mg(u: uêU(MEkv) & w ⊨ u)). En helt analog påstand gjelder for u;F(w).

Vi har tidligere betraktet den tese at relasjonen FEkv er inkludert i relasjonen MEkv. Dette innebærer at dersom to mulige verdener har den samme totale fysiske historie så har de også den samme totale mentale historie. Som vi har sett er dette ekvivalent med å påstå at mengden av alle de mentale utsagn er inkludert i mengden av alle de fysiske utsagn. Det er i sin tur ekvivalent med å si at alle mentale utsagn faktisk er fysiske utsagn. Bruker man de begrepene vi nettopp har innført kan denne tesen også uttrykkes ved å si at u;F(w) logisk sett impliserer u;M(w) for enhver mulig verden w. Faktisk har man at det følgende teorem holder:

Teorem 5.2 De følgende setninger er logisk ekvivalente:
(i) FEkv Inkl MEkv
(ii) U(MEkv) Inkl U(FEkv)
(iii) (Aw)(wêI → LK(u;M(w), u;F(w))
(iv) (Aw)(wêI → LK(SNu(Mg(u: uêU(MEkv) & w ⊨u)), u;F(w)))
(v) (Aw)(wêI → Mg(w': FEkv(w',w)) Inkl Mg(w': MEkv(w',w)))

Vi nevnte ovenfor at u;M(w) var ekvivalent med konjunksjonen av alle de mentale utsagn som er sanne i verdenen w. Det tilsvarende gjelder for u;F(w). Dette utsagnet er ekvivalent med mengden av alle de fysiske utsagn som gjelder i verdenen w. For tydelighetens skyld oppfører vi dette som et eget teorem:

Teorem 5.3 Anta wêI. Da gjelder:
(a) u;F(w) = SNu(Mg(u: uêU(FEkv) & True(w,u)))
(b) u;M(w) = SNu(Mg(u: uêU(MEkv) & True(w,u)))

At totaliteten av fysiske fakta i en mulig verden w logisk sett impliserer totaliteten av mentale fakta i denne verdenen kan utrykkes ved å si at det mentale er strengt supervenient i relasjon til det fysiske. Dette er en temmelig sterk tese. Vi har tidligere diskutert den forholdsvis utførlig i Del II.

Det kan være av interesse å se på en del teser som kan formuleres innenfor den rammen vi arbeider med her og som er langt svakere.

Anta w er en mulig verden. En ting er da å tenke seg at w er en verden hvor det er slik at totaliteten av de fysiske fakta i w impliserer totaliteten av de mentale fakta. En annen ting er det imidlertid å tenke seg at totaliteten av de fysiske fakta i w sammen med de kausallover som gjelder i verdenen w bestemmer helheten av mentale fakta i w. Også i en verden som oppfyller det siste kravet virker det nærliggende å si at de mentale fakta er superveniente i relasjon til de fysiske, men nå er det ikke de fysiske fakta alene som bestemmer det mentale, man må også trekke inn de kausallovene som gjelder i denne verden.

Vi skal per definisjon si at enhver mulig verden w som oppfyller dette siste kravet, med andre ord som er slik at totaliteten av de fysiske fakta i w sammen med de kausallovene som gjelder i w bestemmer totaliteten av de mentale fakta i w oppfyller kravet C;1. Vi gir den følgende formelle definisjon:

Definisjon 5.5 C;1(w) ↔ wêI & (Ax)(xêU(MEkv) →
xêk(Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)}) v
Neg(x)êk(Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)})

Definiens i denne definisjonen uttrykker at w er en logisk mulig verden og at man for ethvert mentalt utsagn x har at enten x eller negasjon av x er med i konsekvenssystemet til Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)}.

I forbindelse med denne definisjonen skal vi også betrakte to andre betingelser, C;2 og C;3. Betingelsen "C;2(w)" er definert slik:

Definisjon 5.6 C;2(w) ↔ .wêI & μ;-1(Mg(w': w'êI & MEkv(w,w'))) ê
k(Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)})

Definiens her uttrykker at det utsagnet hvis sannhetsmengde er mengden av alle de verdener som har den samme totale mentale historie som w er med i konsekvenssystemet til utsagnsmengden Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)}. Som man ser er dette den utsagnsmengden som består av alle de kausallovene som gjelder i verdenen w supplert med utsagnet u;F(w). Det siste utsagnet, u;F(w), er som vi har bemerket ekvivalent med konjunksjonen av alle de fysiske utsagn som er sanne i verdenen w.

Betingelsen "C;3(w)" er definert slik:

Definisjon 5.7 C;3(w) ↔. wêI &
μ(SNu(Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)})) Inkl Mg(w': MEkv(w,w'))

Man ser at definiens her uttrykker at sannhetsmengden til konjunksjonen av utsagnene i mengden som inneholder kausallovene som gjelder i verdenen w samt utsagnet u;F(w) er inkludert i mengden av alle de mulige verdener som har den samme totale mentale historie som w.

Man kan vise at disse tre betingelsene er ekvivalente. Man har:

Teorem 5.4 Anta wêI. Da gjelder:
C;1(w) ↔ C;2(w) ↔ C;3(w)

Bevis: Det skulle være opplagt at C;2(w) og C;3(w) er ekvivalente i lys av det generelle teoremet fra utsagnsteorien som sier at dersom xêU og ΔêPt(U) har man at xêk(Δ) ↔ μ(SNu(Δ)) Inkl μ(x). Man ser at ekvivalensen mellom C;2(w) og C;3(w) følger umiddlebart fra dette om man setter Δ= Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)}) og x= μ;-1(Mg(w': w'êI & MEkv(w,w'))).

For å gi et fullstendig bevis for satsen er det derfor tilstrekkelig å vise at C;1(w) og C;2(w) er ekvivalente.

(a) Anta (1) wêI. Vi viser først at C;1(w) impliserer C;2(w). Anta derfor i tillegg at (1.1) C;1(w). Man har at (2) μ;-1(Mg(w': MEkv(w',w)))êU(MEkv). Dette følger ved hjelp av definisjonen av U(r) der r er en ekvivalensrelasjon over I. La oss sette:

(3) a0 = μ;-1(Mg(w': MEkv(w',w))). Fra dette, (2) og (1.1) følger:

(3.1) a0êk(Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)}) v Neg(a0)êk(Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)})

Man ser at det vil være tilstrekkelig å vise at den siste disjunkten er usann. Nå har man at Neg(a0)êk(Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)}) er ekvivalent med: μ(SNu(CL(w)U{u;F(w)})) Inkl μ(Neg(a0)). Det vil derfor være tilstrekkelig å vise at det finnes w0êI der man har:

(4) w0êμ(SNu(CL(w)U{u;F(w)})) & w0êμ(a0). Nå er det imidlertid klart at (5) wêμ(SNu(CL(w)U{u;F(w)})). For er x et vilkårlig element i CL(w) har vi CLov;w(x) og da True(w,x). Er x= u;F(w) har vi siden FEkv(w,w) at wêμ(x). Dette viser at (5) holder. På den annen side har man MEkv(w,w) og derfor wêMg(w': MEkv(w',w)) = μ(a0). Dette viser at (4) holder og dermed at den siste disjunkten i (3.1) er usann. Det følger at C;2(w) holder.

(b) Man må selvfølgelig også vise at C;2(w) impliserer C;1(w). Anta derfor at C;2(w) holder og at (1) wêI. Nå har man at Mg(w': MEkv(w',w)) êMEkv*. Merk at MEkv er mengden av alle de ekvivalensmengdene som er bestemt av eksvivalensrelasjonen MEkv. Anta for vilkårlig x at (2) xêU(MEkv). I lys av definisjonen av "U(r)" der r er en ekvivalensrelasjon over I har man da at det finnes en mengde a der (3) a Inkl MEkv* og (4) μ(x) = UN(a). La oss sette

(4.1) a0= Mg(w': MEkv(w',w)). Det er nå to muligheter:

Tilfelle (i): a0êa. I så fall har vi a0 Inkl UN(a) = μ(x). Ved hjelp av C;2(w) følger da at μ(SNu(CL(w)U{u;F(w)})) Inkl a0 Inkl μ(x). Fra dette følger da åpenbart at xêk(CL(w)U{u;F(w)}). Det følger at man har C;1(w) i dette tilfellet.

Tilfelle (ii): ¬(a0êa). Da har man a0ΩUN(a)=0. Man må her huske på at de enkelte ekvivalensklassene i a er innbyrdes disjunkte og ikke-tomme. Det følger derfor at a0 Inkl (I – UN(a)) = μ(Neg(x)). Ved hjelp av C;2(w) har man derfor μ(SNu(CL(w)U{u;F(w)})) Inkl a0 Inkl μ(Neg(x)). Fra dette følger da åpenbart at Neg(x)êk(CL(w)U{u;F(w)}). Det følger at man også i dette tilfellet har C;1(w) .

Dette viser at C;1(w) holder i begge tilfelle. Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED.**

Betingelsen C;1(w) uttrykker at i verdenen w er det slik at alle de mentale fakta er bestemt av konjunksjonen av alle de kausallovene som gjelder i w sammen med alle de fysiske fakta som gjelder i w. Vi skal nå betrakte en relatert betingelse, C;4(w). Denne sier at i verdenen w er de mentale fakta bestemt av alle de kausallovene i w som er fysiske utsagn sammen med alle de fysiske fakta i w. Vi gir den følgende definisjon:

Definisjon 5.8 C;4(w) ↔ wêI & (Ax)(xêU(MEkv) →
xêk(FCL(w)U{u;F(w)}) v
Neg(x)êk(FCL(w)U{u;F(w)})

Man ser at definisjonen ovenfor fremkommer fra definisjonen av C;1(w) ved å erstatte uttrykket "Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)}" med uttrykket "FCL(w)U{u;F(w)}".

I forbindelse med denne betingelsen definerer vi to relaterte betingelser "C;5(w)" og "C;6(w)". Den første av disse er definert slik:

Definisjon 5.9 C;5(w) ↔ wêI & µ;-1(Mg(w': w'êI & MEkv(w,w'))) ê
k(FCL(w)U{u;F(w)})

Man ser at C;5(w) holder i verdenen w hvis og bare hvis utsagnet som beskriver den totale mentale historien i verdenen w, µ;-1(Mg(w': w'êI & MEkv(w,w'))) er med i konsekvenssystemet til utsagnsmengden som består av alle de fysiske kausallovene i w samt utsagnet u;F(w) som er ekvivalent med konjunksjonen av alle de rent fysiske utsagn som er sanne i w. Det skulle være lett å se på grunnlag av denne definisjonen at kravet "C;5(w)" forholder seg til kravet "C;4(w)" på samme måte som kravet "C;2(w)" forholder seg til kravet "C;1(w)".

Det samme gjelder den følgende betingelse som står i samme relasjon til "C;5(w)" som "C;3(w)" forholder seg til "C;2(w)". Man ser forøvrig at man får betingelsene "C;5(w)" og "C;6(w)" fra "C;2(w)" og "C;3(w)" ved å erstatte uttrykket
"Mg(y:CLov;w(y))U{u;F(w)}" med uttrykket "FCL(w)U{u;F(w)}".

Definisjon 5.10 C;6(w) ↔ wêI &
µ(SNu(FCL(w)U{u;F(w)})) Inkl Mg(w': MEkv(w,w'))

Fra definisjonen fremgår det at C;6(w) holder hvis og bare hvis w er en logisk mulig verden og man har at sannhetsmengden til konjunksjonen av utsagnene i FCL(w)U{u;F(w)} er inkludert i mengden av alle de verdener som har den samme mentale historie som w.

I analogi med Teorem 5.4 kan man nå vise den følgende sats som sier at de tre betingelsene vi har definert rett ovenfor er ekvivalente:

Teorem 5.5 Anta wêI. Da gjelder:
C;4(w) ↔ C;5(w) ↔ C;6(w)

Bevis: Beviset for dette teoremet er helt analogt med beviset for Teorem 5.4. Faktisk kan man ord for ord bruke beviset for Teorem 5.4 bortsett fra ved at man overalt hvor det står "Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)}" eller "CL(w)U{u;F(w)}" setter inn "FCL(w)U{u;F(w)}" istedet. **QED.**

Ser man nærmere på betingelsene C;1(w) og C;4(w) ser man at den siste er sterkere enn den første. Vi har med andre ord at det følgende holder:

Teorem 5.6 (Aw)(wêI → (C;4(w) → C;1(w)))

Bevis: Anta at (1) wêI & C;4(w). Fra dette følger ved hjelp av Definisjon 5.8 at:
(2) (Ax)(xêU(MEkv) →. xêk(FCL(w)U{u;F(w)}) v Neg(x)êk(FCL(w)U{u;F(w)}))
Anta nå for vilkårlig x at (3) xêU(MEkv). Ved hjelp av (2) følger da:
(4) xêk(FCL(w)U{u;F(w)}) v Neg(x)êk(FCL(w)U{u;F(w)})
Vi sondrer mellom to tilfelle:
Tilfelle (i): xêk(FCL(w)U{u;F(w)}). I lys av definisjonen av "FCL(w)" har man FCL(w) Inkl CL(w). Det følger at
(5) FCL(w)U{u;F(w)} Inkl CL(w)U{u;F(w)}. Herav følger i sin tur at
(6) k(FCL(w)U{u;F(w)}) Inkl k(CL(w)U{u;F(w)}). Det følger at man har:
xêk(CL(w)U{u;F(w)}) og derfor xêk(CL(w)U{u;F(w)}) v Neg(x)êk(CL(w)U{u;F(w)}). Vi har derfor at C;1(w) holder i dette tilfellet.
Tilfelle (ii): Neg(x)êk(FCL(w)U{u;F(w)}). På samme måte som ovenfor har vi i lys av definisjonen av "FCL(w)" at FCL(w) Inkl CL(w). Det følger at
(5) FCL(w)U{u;F(w)} Inkl CL(w)U{u;F(w)}. Herav følger i sin tur at
(6) k(FCL(w)U{u;F(w)}) Inkl k(CL(w)U{u;F(w)}). Det følger at man har:
Neg(x)êk(CL(w)U{u;F(w)}) og derfor xêk(CL(w)U{u;F(w)}) v Neg(x)êk(CL(w)U{u;F(w)}). Vi har derfor at C;1(w) holder også i dette tilfellet.
Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED.**

Som man ser fra betraktningene ovenfor er betingelsen C;4(w) sterkere enn C;1(w). Man kan nå spørre om hvordan de betingelsene vi har definert er relatert til den tesen vi har betraktet tidligere, nemlig at FEkv Inkl MEkv. Formulert i ord sier denne tesen at det totale fysiske hendelseforløp i en hvilken som helst verden w logisk sett bestemmer entydig det totale mentale hendelsesforløpet i denne verdenen. Man kan vise at denne påstanden impliserer at C;4(w) holder for alle wêI og derfor i lys av det foregående teorem at den impliserer at C;1(w) holder for alle wêI. Man har:

Teorem 5.7 (a) FEkv Inkl MEkv → (Aw)(wêI → C;4(w))
(b) FEKv Inkl MEkv → (Aw)(wêI → C;1(w))
(c) wêI & LK(u;M(w), u;F(w)). → C;4(w)

Bevis: I lys av Teorem 5.6 ser man at punkt (b) følger umiddelbart fra punkt (a). Fra Teorem 5.2 følger det at FEkv Inkl MEkv er ekvivalent med at LK(u;M(w),u;F(w)) holder for alle wêI. I lys av dette forhold ser man lett at punkt (c) impliserer punkt (a). Det er derfor tilstrekkelig å bevise (c).

Anta derfor (1) wêI & LK(u;M(w), u;F(w)). Fra dette følger ved hjelp av definisjonen av "LK" at (2) Mg(w': FEkv(w',w)) Inkl Mg(w': MEkv(w',w)). Vi må vise at C;4(w) holder. I lys av forrige teorem vil det være tilstrekkelig å vise at C;6(w) holder. Det vil altså være nok å bevise:
(+) wêI &µ(SNu(FCL(w)U{u;F(w)})) Inkl Mg(w': MEkv(w,w'))
Anta derfor for vilkårlig w' at (3) w'êµ(SNu(FCL(w)U{u;F(w)})). Ved hjelp av definisjonen av SNu kan man fra dette slutte:
w'êI & (Ay)(yêFCL(w)U{u;F(w)}. → w'êµ(y)). Herav følger åpenbart at w'êµ(u;F(w)). Fra definisjonen av u;F følger da FEkv(w',w). Dette impliserer sammen med (2) at MEkv(w',w) og derfor MEkv(w,w'), siden MEkv er en ekvivalensrelasjon. Dette viser at (+) holder. Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED.**

Betrakter man Teorem 5.7 er det nærliggende å spørre om man kan vise implikasjonene den andre veien. Er det for eksempel slik at (Aw)(wêI → C;1(w)) impliserer FEkv Inkl MEkv? Svaret på dette er trolig benektende. Man kan imidlertid vise at (Aw)(wêI → C;1(w)) impliserer FEkv Inkl MEkv om man forutsetter en tilleggspremiss, nemlig:

(Aw)(Aw')(FEkv(w,w') → CL(w) = CL(w'))

Denne setningen uttrykker at dersom to verdener har den samme fysiske totalhistorie gjelder nøyaktig de samme kausalover i dem.

Videre kan man bevise at (Aw)(wêI → C;4(w)) impliserer FEkv Inkl MEkv om man forutsetter en litt svakere premiss, nemlig:

(Aw)(Aw')(FEkv(w,w') → FCL(w) = FCL(w'))

Som man ser sier denne premissen at dersom to verdener har den samme fysiske totalhistorie vil klassen av de kausallovene som er rent fysiske utsagn og som gjelder i den ene verden være identisk med den samme mengde av rent fysiske kausallover og som gjelder i den andre verdenen.

Det følgende teorem sammenfatter de forhold som her er nevnt:

Teorem 5.8 Man har:

(a) (Aw')(FEkv(w,w') → CL(w) = CL(w')) &
C;1(w). → LK(u;M(w), u;F(w))

(b) (Aw')(FEkv(w,w') → FCL(w) = FCL(w')) &
C;4(w). → LK(u;M(w), u;F(w))

(c) (Aw)(Aw')(FEkv(w,w') → CL(w) = CL(w')) &
(Aw)(wêI → C;1(w)) → FEkv Inkl MEkv

(d) (Aw)(Aw')(FEkv(w,w') → FCL(w) = FCL(w')) &
(Aw)(wêI → C;4(w)) → FEkv Inkl MEkv

Bevis: *Ad (a)*: Anta (1) (Aw')(FEkv(w,w') → CL(w) = CL(w')) og (2) C;1(w). Siden C;1(w) er ekvivalent med C;3(w) følger fra (2) at:

(3) wêI &µ(SNu(CL(w)U{u;F(w)})) Inkl Mg(w': MEkv(w,w'))

Vi ønsker å vise at LK(u;M(w), u;F(w)). Dette er ekvivalent med:

(+) (Aw')(FEkv(w,w') → MEkv(w,w'))

Det vil altså være tilstrekkelig å vise at (+) holder. Anta derfor for vilkårlig w' at (4) FEkv(w,w'). I lys av (3) vil det da være nok å vise at w'êµ(SNu(Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)})). Dette er i sin tur ekvivalent med (++) (Ay)(yêCL(w) v y= u;F(w). → w' ⊨ y). Det vil følgelig være tilstrekkelig å vise (++). Anta derfor for vilkårlig y at

(5) yêCL(w) v y= u;F(w). Vi sondrer mellom to tilfeller:

Tilfelle (i) (6) yêCL(w). Fra (4) og (1) følger CL(w) = CL(w'). Det følger at yêCL(w'). Dette impliserer ved hjelp av definisjonen av CL at CLov;w'(y). Men vi har da ved hjelp av aksiomet CL2 at True(w',y). Med andre ord w' ⊨y.
Dette viser at satsen holder i dette tilfellet. Tilfelle (ii): y=u;F(w). Fra (4) følger at w'êMg(w': FEkv(w',w)) = µ(u;F(w)). Vi har derfor w' ⊨y også i dette tilfellet.

Vi har nå vist at (++) holder. Fra dette og (3) følger MEkv(w,w'). Men w' var et vilkårlig element som oppfylte kravet (4). Det følger at (+) holder. Dette avslutter vårt bevis for (a).

Ad (b): Beviset for dette punkt er helt analogt med det for punkt (a). Faktisk får man et bevis som holder setning for setning om man i beviset for (a) setter inn "FCL" overalt hvor det står "CL" samt erstatter "C;1(w)" og "C;3(w)" med henholdsvis "C;4(w)" og "C;6(w)".

Ad (c): Anta at (1) (Aw)(Aw')(FEkv(w,w') → CL(w) = CL(w')) og at (2) (Aw)(wêI → C;1(w)) holder. Det vil være tilstrekkelig å bevise:

(Aw)(wêI → LK(u;M(w), u;F(w)))
Anta derfor for vilkårlig w at (3) wêI. Da følger fra (1) og (2):

(3) (Aw')(FEkv(w,w') → CL(w) = CL(w')) & C;1(w). Men ved hjelp av punkt (a) kan man da slutte LK(u;M(w), u;F(w)) som er det vi ønsker.

Ad (d): Dette bevises på nøyaktig den samme måten som forrige punkt bortsett fra at man nå benytter seg av punkt (b) i stedet for punkt (a).

Dermed har det blitt gitt et fullstendig bevis for teoremet. **QED.**

Vi har nå sett at betingelsen LK(u;M(w), u;F(w)), gitt at w er en eller annen mulig verden, impliserer C;4(w). Denne betingelsen impliserer i sin tur C;1(w). Det kan imidlertid være av en viss interesse å studere nærmere om det finnes andre betingelser som impliserer C;1(w). Vi skal se på to andre slike betingelser. De synes å ha en viss interesse i seg selv. Den første er denne:

Definisjon 5.11 D1(w) ↔ wêI & (Ah)(Ment(h) & MHend(h) →
(EX)[M(X) & X≠ø & (Ah)(hêX → (Fys(h) & MHend(h))) &
CEkv;w(β°(h), SNu(Mg(β°(g): gêX)))]

Man ser at denne betingelsen D1(w) holder for en gitt verden w hvis og bare hvis man har at det til enhver mulig mental hendelse h finnes en ikke-tom mengde X av hendelser som oppfyller følgende to krav: For det første skal alle hendelsene i X være mulige fysiske hendelser. For det andre skal det utsagnet som beskriver hendelsen h, ie. β°(h), være kausalt ekvivalent i verdenen w med konjunksjonen av alle de utsagnene som beskriver de fysiske hendelsene i X. Man ser at mengden av alle de utsagn som beskriver hendelsene i X er Mg(β°(g): gêX). Konjunksjonen av utsagnene i denne mengden er selvfølgelig SNu(Mg(β°(g): gêX)).

Dette kravet er et temmelig sterkt krav. Det synes temmelig dristig og nokså lite plausibelt å hevde at enhver mulig verden oppfyller kravet D1(w). Derimot er det kanskje ikke utelukket at det kan finnes noen mulige verdener som oppfyller dette kravet. Men heller ikke dette er helt opplagt.

Det er nærliggende å sammenligne betingelsen D1(w) med den følgende som sier at det til ethvert mentalt utsagn, ie ethvert u1êU(MEkv), finnes et rent fysisk utsagn, u2êU(FEkv) som er kausalt ekvivalent i verdenen w med utsagnet u1. Denne nye betingelsen kan formelt defineres slik:

Definisjon 5.12 D2(w) ↔. wêI & (Au)(uêU(MEkv) →
(Eu')(u'êU(FEkv) & CEkv;w(u,u')))

Det virker nokså klart at D1(w) og D2(w) ikke er ekvivalente. Man kan neppe utlede D1(w) fra D2(w) selvom man trekker inn visse tilleggspremisser som kan virke rimelige. Heller ikke synes det å være noen sterke grunner til å tro at D2(w) kan utledes ved hjelp av D1(w). Man ser imidlertid at man fra D1(w) kan utlede noe svakere enn D2(w) nemlig:

(Au)(uêU(MEkv) & (Eh)(Ment(h) & MHend(h) & u=β°(h)). →
(Eu')(u'êU(FEkv) & CEkv;w(u,u')))

Men fra dette kan man selvfølgelig ikke slutte at D2(w) holder.

Poenget med å nevne D1(w) og D2(w) er, bortsett fra at de har en viss interesse i seg selv, å få frem at de begge impliserer C;1(w) dersom man forutsetter at EV6 holder. Dette er innholdet i den følgende sats:

Teorem 5.9 (a) EV6 → (Aw)(wêI & D1(w) → C;1(w))

(b) EV6 → (Aw)(wêI & D2(w) → C;1(w))

Bevis: *Ad (a)*: Anta (1) EV6 og at (2) D1(w) & wêI for vikårlig w. Vi skal vise at C;1(w) holder. I lys av Teorem 5.4 er det imidlertid helt tilstrekkelig å vise at C;3(w) holder, mao. at:

μ(SNu(Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)})) Inkl Mg(w': MEkv(w,w'))

Anta derfor for vilkårlig w' at:

(3) w'êμ(SNu(Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)}))

Fra dette følger:

(3.1) w'êμ(SNu(Mg(y: CLov;w(y)))) og (3.2) FEkv(w,w').

Vi ønsker nå å vise: (+) MEkv(w,w'). I lys av definisjonen av MEkv er det tilstrekkelig å bevise:

(++) (Ah)(At)(Ment(h) & têT → (Ev(h,t,w') ↔ Ev(h,t,w)))[13]

(I) Vi viser først kondisjonalen mot høyre i (++). Anta derfor for vilkårlige h, t at (4) Ment(h) & têT & Ev(h,t,w'). Da har vi MHend(h) og derfor ved hjelp av D1(w) at det finnes X der man har:

(4.1) M(X) & X≠ø & (Ah)(hêX → (Fys(h) & MHend(h)))

(4.2) CEkv;w(β°(h), SNu(Mg(β°(g): gêX)))

(4.2) impliserer i lys av definisjonen av "CEkv;w":

(5) (Aw')(w'êSNu(CL(w)). → [w' ⊨ β°(h) ↔ w' ⊨ SNu(Mg(β°(g): gêX))])

Fra (3.1) og (5) følger:

(5.1) w' ⊨ β°(h) ↔ w' ⊨ SNu(Mg(β°(g): gêX))

Vi ønsker nå å bevise: w' ⊨ β°(h). Dette innebærer i lys av definisjonen av β° at man må vise (At)(Ew)(wêI & têTd;w(h)) → w' ⊨β(h,t)) I sin tur er dette ekvivalent med:

(*) (At)((Ew)(wêI & têTd;w(h)). → Ev(h,t,w'))

Anta derfor for vilkårlig t at (6) (Ew)(wêI & têTd;w(h)). Dette impliserer at det finnes w'' slik at (6.1) w''êI & têTd;w''(h). Fra den andre konjunkten her følger: (6.2) Ev(h,t,w''). Fra dette, (4) og EV6 følger Td;w''(h)= Td;w'(h). Fra dette og (6.1) kan man så i sin tur slutte: têTd;w'(h) og derfor Ev(h,t,w'). Men t var et vilkårlig objekt som oppfylte (6). Vi har derfor bevist at (*) holder. Det følger at (7) w' ⊨β°(h). Fra dette og (5.1) har man så:

(8) (Ag)(gêX → w' ⊨ β°(g)). Ved hjelp av definisjonen av β° kan man herav slutte:

(9) (Ag)[gêX → (At)((Ew)(wêI & têTd;w(g)) → Ev(g,t,w'))]

Nå har man fra (3.2) og definisjonen FEkv at:

(10) (Ah)(At)(Fys(h) & têT → (Ev(h,t,w') ↔ Ev(h,t,w)))[14]

Vi ønsker nå å vise at (Ag)(gêX → w ⊨ β°(g)). Det vil da være nok å bevise at (9) holder om vi erstatter "w'" med "w". Anta derfor for vilkårlige g,t at

(11) gêX & (Ew)(wêI & têTd;w(g)). Da følger ved hjelp av (4.1):

(12) Fys(g) & MHend(g) Siden vi åpenbart må ha têT følger fra dette og (10) at Ev(g,t,w') ↔ Ev(g,t,w). Fra (11) og (9) følger: Ev(g,t,w'). Man kan derfor slutte at Ev(g,t,w). Nå var g,t vilkårlige objekter som oppfylte (11). Vi har derfor bevist:

(Ag)[gêX → (At)((Ew)(wêI & têTd;w(g)) → Ev(g,t,w))] Fra dette følger:

(12) (Ag)(gêX → w ⊨ β°(g)). Herav: (13) w ⊨ SNu(Mg(β°(g): gêX)).

Nå har man (Au)(CLov;w(u) → w ⊨u). Fra dette følger at w ⊨ SNu(CL(w)). Fra dette og (5) kan man slutte: w ⊨ β°(h) ↔ w ⊨ SNu(Mg(β°(g): gêX)). Sammen med (13) gir dette: (14) w ⊨β°(h). I lys av definisjonen av β° følger da:

---

[13] At MEkv(w,w') og (++) er ekvivalente lar seg lett bevise ved hjelp av Teorem 3.1.2 og de definisjonene vi har gitt av "Ev(h,t,w)" og "Ment(h)" i §3

[14] At FEkv(w,w') er ekvivalent med (10) lar seg bevise på basis av definisjonene vi ga i §3 og de teoremene vi beviste i den paragrafen.

(15) (At)((Ew)(wêI & têTd;w(h)). → Ev(h,t,w)). Fra (4) følger imidlertid trivielt Ev(h,t,w'). Siden Ev(h,t,w') impliserer w'êI (Jmf. EV3) har vi
(Ew)(wêI &têTd;w(h)). Fra dette og (15) følger så det vi ønsker, nemlig Ev(h,t,w).
Vi har nå gitt bevis for den ene halvdelen av (++).

(II) Vi gir nå et bevis for den andre halvdelen av (++). Vi skal altså vise:
(Ah)(At)(Ment(h) & têT → (Ev(h,t,w) → Ev(h,t,w')))
Beviset blir helt analogt med det som er gitt under (I):
Anta derfor for vilkårlige h, t at (16) Ment(h) & têT & Ev(h,t,w). Da har vi MHend(h) og derfor ved hjelp av D1(w) at det finnes X der man har:
(17.1) M(X) & X≠ø & (Ah)(hêX → (Fys(h) & MHend(h)))
(17.2) CEkv;w(β°(h), SNu(Mg(β°(g): gêX)))
(17.2) impliserer i lys av definisjonen av "CEkv;w":
(18) (Aw')(w'êSNu(CL(w)). → [w' ⊨ β°(h) ↔ w' ⊨ SNu(Mg(β°(g): gêX))])
Siden w ⊨ SNu(CL(w)) følger:
(18.1) w ⊨ β°(h) ↔ w ⊨ SNu(Mg(β°(g): gêX))
Vi ønsker nå å bevise: w ⊨ β°(h). Dette innebærer i lys av definisjonen av β° at man må vise (At)(Ew)(wêI & têTd;w(h)) → w ⊨β(h,t)) I sin tur er dette ekvivalent med:
(**) (At)((Ew)(wêI & têTd;w(h)). → Ev(h,t,w))
Anta derfor for vilkårlig t at (19) (Ew)(wêI & têTd;w(h)). Dette impliserer at det finnes w" slik at (19.1) w"êI & têTd;w"(h). Fra den første konjunkten her følger: (19.2) Ev(h,t,w"). Fra dette, (16) og EV6 følger Td;w"(h)= Td;w(h). Fra dette og (19.1) kan man så i sin tur slutte: têTd;w(h) og derfor Ev(h,t,w). Men t var et vilkårlig objekt som oppfylte (19). Vi har derfor bevist at (**) holder. Det følger at (20) w ⊨β°(h). Fra dette og (18.1) har man så:
(21) (Ag)(gêX → w ⊨ β°(g)). Ved hjelp av definisjonen av β° kan man herav slutte:
(22) (Ag)[gêX → (At)((Ew)(wêI & têTd;w(g)) → Ev(g,t,w))]
Nå har man fra (3.2) og definisjonen FEkv at:
(23) (Ah)(At)(Fys(h) & têT → (Ev(h,t,w') ↔ Ev(h,t,w)))
Vi ønsker nå å vise at (Ag)(gêX → w' ⊨ β°(g)). Det vil da være nok å bevise at (22) holder om vi erstatter "w" med "w'". Anta derfor for vilkårlige g,t at
(24) gêX & (Ew)(wêI & têTd;w(g)). Da følger ved hjelp av (17.1):
(25) Fys(g) & MHend(g) Siden vi åpenbart må ha têT følger fra dette og (23) at Ev(g,t,w') ↔ Ev(g,t,w). Fra (22) og (24) følger: Ev(g,t,w). Man kan derfor slutte at Ev(g,t,w'). Nå var g,t vilkårlige objekter som oppfylte (24). Vi har derfor bevist:
(Ag)[gêX → (At)((Ew)(wêI & têTd;w(g)) → Ev(g,t,w'))] Fra dette følger:
(26) (Ag)(gêX → w' ⊨ β°(g)). Herav: (27) w' ⊨ SNu(Mg(β°(g): gêX)).
Nå har man fra (3.1) w' ⊨ SNu(CL(w)) Fra dette og (18) kan man slutte:
w' ⊨ β°(h) ↔ w' ⊨ SNu(Mg(β°(g): gêX)). Sammen med (26) gir dette:
(28) w' ⊨β°(h). I lys av definisjonen av β° følger da:
(29) (At)((Ew)(wêI & têTd;w(h)). → Ev(h,t,w')). Fra (16) følger imidlertid trivielt Ev(h,t,w). Siden Ev(h,t,w) impliserer wêI (Jmf. EV3) har vi
(Ew)(wêI &têTd;w(h)). Fra dette og (29) følger så det vi ønsker, nemlig Ev(h,t,w').

Vi har nå gitt et fullstendig bevis for at (++) holder. Dette avslutter vårt bevis for punkt (a) i teoremet.

Ad (b): Anta (1) EV6 og at (2) D2(w) & wêI for vikårlig w. Vi skal vise at C;1(w) holder. I lys av Teorem 5.4 er det imidlertid helt tilstrekkelig å vise at C;3(w) holder, mao. at:
μ(SNu(Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)})) Inkl Mg(w': MEkv(w,w'))

Anta derfor for vilkårlig w' at:

(3) w'êμ(SNu(Mg(y: CLov;w(y))U{u;F(w)}))

Fra dette følger:

(3.1) w'êμ(SNu(Mg(y: CLov;w(y)))) og (3.2) FEkv(w,w').

Vi ønsker nå å vise: (+) MEkv(w,w'). I lys av definisjonen av MEkv er det tilstrekkelig å bevise:

(++) (Ah)(At)(Ment(h) & têT → (Ev(h,t,w') ↔ Ev(h,t,w)))

(I) Vi viser først kondisjonalen mot høyre i (++). Anta derfor for vilkårlige h,t at

(4) Ment(h) & têT & Ev(h,t,w'). Vi ønsker selvfølgelig å vise at Ev(h,t,w) da holder.

Definer et utsagn u0 ved å sette:

(5) u0 = μ;-1(Mg(w: Ment(h) & têT & Ev(h,t,w)))

Vi skal først vise at u0êU(MEkv). I lys av definisjonen av "U(r)" der r er en ekvivalensrelasjon over I, er det da tilstrekkelig å bevise at det finnes en mengde a Inkl MEkv* slik at μ(u0) = UN(a). Vi definerer a0 ved:

(6) a0= Mg(Mg(w': w'êI & MEkv(w',w)): wêμ(u0))

Det skulle være klart at a0 er en mengde med MEkv-ekvivalensmengder og at man derfor har a0 Inkl MEkv*. Det vil derfor være nok å vise at

(7) μ(u0)=UN(a0) for å godtgjøre at u0êU(MEkv).

Anta for vilkårlig w' at (7.1) w'êμ(u0). Ved hjelp av (5) har man da

(7.2) Ment(h) & têT & Ev(h,t,w). Sett per definisjon:

(7.3) p = Mg(w": MEkv(w",w') & w"êI). Siden MEkv er en ekvivalensrelasjon har vi w'êp. Videre har vi åpenbart at pêMEkv* og siden w'êμ(u0) at pêa0. Det følger at det finnes s slik at w'ês & sêa0. Herav w'êUN(a0). Dette viser at inklusjonen mot høyre i (7) holder.

Anta på den annen side at (7.5) w'êUN(a0) for vilkårlig w'. Da må det finnes q slik at w'êq & qêa0. I lys av definisjonen av a0 impliserer dette at det finnes w1 der:

(7.6) w1êμ(u0) & q= Mg(w": w"êI &MEkv(w",w1))

Siden w'êq følger da (7.7) MEkv(w',w1) . Fra (7.7) følger i lys av definisjonen av MEkv:

(7.8) (Ah)(At)(Ment(h) & têT → (Ev(h,t,w') ↔ Ev(h,t,w1)))

Siden w1êμ(u0) har vi ved hjelp av (5) at (7.9) Ment(h) & têT & Ev(h,t,w1). Fra dette og (7.8) følger Ev(h,t,w'). Men dette, de to første konjunktene i (7.9) og definisjonen av u0 impliserer w'êμ(u0). Vi har dermed vist at (7) holder.

Fra (7) og det at a0 Inkl MEkv* følger at (8) u0êU(MEkv). Fra dette og D2(w) følger eksistensen av u1 der man har:

(8.1) u1êU(FEkv) og

(9) CEkv;w(u0,u1)

Fra (9) og definisjonen av "CEkv" følger:

(10) (Aw")(w"êμ(SNu(CL(w))) → (w" ⊨ u0 ↔ w" ⊨ u1))

Fra (3.1) og (10) følger (11) w' ⊨ u0 ↔ w' ⊨ u1. Men fra (4) og (5) følger (12) w' ⊨ u0. Det følger at w' ⊨ u1. Men fra dette, (8.1) og (3.2) følger w ⊨u1. Siden wêμ(SNu(CL(w))) i lys av aksiom CL2 har vi ved hjelp av (10) at

(13) w ⊨ u0. Herav har man så ved hjelp av definisjonen av u0 at Ev(h,t,w).

Siden h,t var vilkårlige objekter som oppfylte (4) kan vi konkludere med at

(14) (Ah)(At)(Ment(h) & têT. →(Ev(h,t,w') → Ev(h,t,w))).

Dette innebærer at vi nå har vist den ene halvdelen av (++).

(II) Vi må imidlertid også vise at

(Ah)(At)(Ment(h) & têT. →(Ev(h,t,w) → Ev(h,t,w'))).

Beviset for dette blir i det store og hele som beviset under (I). Hovedsakelig behøver man bare å "bytte om" uttrykkene "w" og "w'". For tydelighetens skyld gjennomfører vi det imidlertid i detalj.

Anta derfor for vilkårlige h,t at (15) Ment(h) & têT & Ev(h,t,w). Vi ønsker selvfølgelig å vise at Ev(h,t,w') da holder. Definer et utsagn u0 ved å sette:

(16) u0 = µ;-1(Mg(w: Ment(h) & têT & Ev(h,t,w)))

Vi skal først vise at u0êU(MEkv). I lys av definisjonen av "U(r)" der r er en ekvivalensrelasjon over I, er det da tilstrekkelig å bevise at det finnes en mengde a Inkl MEkv* slik at µ(u0) = UN(a). Vi definerer a0 ved:

(17) a0= Mg(Mg(w': w'êI & MEkv(w',w)): wêµ(u0))

Det skulle være klart at a0 er en mengde med MEkv-ekvivalensmengder og at man derfor har a0 Inkl MEkv*. Det vil derfor være nok å vise at

(18) µ(u0)=UN(a0) for å godtgjøre at u0êU(MEkv).

Anta for vilkårlig w' at (18.1) w'êµ(u0). Ved hjelp av (16) har man da

(18.2) Ment(h) & têT & Ev(h,t,w'). Sett per definisjon:

(18.3) p = Mg(w": MEkv(w",w') & w"êI). Siden MEkv er en ekvivalensrelasjon har vi w'êp. Videre har vi åpenbart at pêMEkv* og siden w'êµ(u0) at pêa0. Det følger at det finnes s slik at w'ês & sêa0. Herav w'êUN(a0). Dette viser at inklusjonen mot høyre i (18) holder.

Anta på den annen side at (18.5) w'êUN(a0) for vilkårlig w'. Da må det finnes q slik at w'êq & qêa0. I lys av definisjonen av a0 impliserer dette at det finnes w1 der:

(18.6) w1êµ(u0) & q= Mg(w": w"êI &MEkv(w",w1))

Siden w'êq følger da (18.7) MEkv(w',w1) . Fra (18.7) følger i lys av definisjonen av MEkv:

(18.8) (Ah)(At)(Ment(h) & têT → (Ev(h,t,w') ↔ Ev(h,t,w1)))

Siden w1êµ(u0) har vi ved hjelp av (16) at (18.9) Ment(h) & têT & Ev(h,t,w1). Fra dette og (18.8) følger Ev(h,t,w'). Men dette, de to første konjunktene i (18.9) og definisjonen av u0 impliserer w'êµ(u0). Vi har dermed vist at (18) holder.
Fra (18) og det at a0 Inkl MEkv* følger at (19) u0êU(MEkv). Man ser at denne delen av beviset er fullstendig identisk med det som står under (I).

Fra (19) og D2(w) følger eksistensen av u1 der man har:

(19.1) u1êU(FEkv) og

(20) CEkv;w(u0,u1)

Fra (20) og definisjonen av "CEkv" følger:

(21) (Aw")(w"êµ(SNu(CL(w))) → (w" ⊨ u0 ↔ w" ⊨ u1))

Siden wêµ(SNu(CL(w))) i lys av aksiom CL2 og (21) holder, følger

(22) w ⊨ u0 ↔ w ⊨ u1. Men fra (15) og (16) følger

(23) w ⊨ u0. Det følger at w ⊨ u1. Men fra dette, (19.1) og (3.2) følger w' ⊨u1. I lys av (3.1) har vi da ved hjelp av (21) at

(24) w' ⊨ u0. Herav har man så ved hjelp av definisjonen av u0 at Ev(h,t,w'). Siden h,t var vilkårlige objekter som oppfylte (15) kan vi konkludere med at

(25) (Ah)(At)(Ment(h) & têT. →(Ev(h,t,w) → Ev(h,t,w'))).

Dette viser at (++) holder. Dette avslutter beviset for punkt (b).

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for teoremet. **QED.**

§6 Interaksjon mellom det mentale og det fysiske.

I den andre delen, Del II, av dette arbeidet har vi studert forholdet mellom mengden av kontingente fysiske utsagn, U;k(EFys) og mengden av kontingente mentale utsagn, U;k(EMen). Vi fant at det var fem forskjellige, innbyrdes uforenelige, muligheter når det gjaldt forholdet mellom disse to mengdene og forsøkte å utdype ytterligere hva hver og en av disse mulighetene innebar. I denne delen av vårt arbeid har vi innført begrepet om en kausallov som gjelder i verdenen w og ved hjelp av dette begrep avgrenset, om w er en vilkårlig mulig verden, mengden av de verdener som er kausalt mulige relativt til w. Vi betegnet denne mengden med Q(w). I forbindelse med de kausalt mulige verdenene relativt til w definerte vi mengden av de kausalt kontingente fysiske utsagn relativt til w, UF;k(w) og mengden av de kausalt kontingente mentale utsagn relativt til w, UM;k(w). Når det gjelder disse to mengdene, UF;k(w) og UM;k(w) finnes det igjen fem forskjellige, innbyrdes uforenelige, muligheter. Vi undersøkte disse mulighetene tidligere i §4.2.

Alt det vi så langt har gjort er utført innenfor rammen av TMF;c, dvs. teorien TMF utvidet med predikatet "x er et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w", "CLov;w(x)" og de to nye ikke-logiske aksiomene for dette predikat, nemlig CL1 og CL2. Innenfor denne rammen er det imidlertid vanskelig å se hvordan man skal uttrykke og formulere påstander om årsaksforhold mellom mentale og fysiske hendelser. Det virker for eksempel umulig å se hvordan ved hjelp av de uttrykkene som inngår i TMF;c skulle kunne definere predikatet "hendelsen h er årsak til hendelsen h' " på en plausibel måte. Dette bringer oss til spørsmålet om arten og naturen til den kausale intereaksjon mellom det mentale og det fysiske. Det er dette tema vi ønsker å fokusere oppmerksomheten mot i de neste tre paragrafene, §6.1 - §6.3.

I den neste paragrafen, §6.1, utvider vi språket til TMF;c med predikatet "Hendelsen h er årsak til hendelsen h' ". Vi forkorter dette predikatet med "C;w(h,h')". Siden vi ikke definerer dette predikatet ved hjelp av de primitive predikatene som inngår i TMF;c kan man selvfølgelig ikke utlede noe spesielt av interesse om relasjonen C;w om man ikke legger til visse grunnsetninger, og spesielt grunnsetninger som relaterer relasjonen til begreper som lar seg definere innenfor rammen av TMF;c.

I det følgende betrakter vi en rekke setninger som kan være av interesse i denne forbindelse. De fleste av disse tar vi ikke definitivt stilling til. Vi begrenser oss hovedsakelig til fem stykker som det synes temmelig vanskelig å bestride om man er villig til å gå med på at predikatet "C;w(h,h')" er meningsfullt. Vi betegner disse fem setningene med CR1 - CR5. Den første av disse setningene uttrykker ikke annet enn at dersom hendelsen h er årsak til hendelsen h' i verdenen w så er h og h' hendelser som foreligger realisert i verdenen w. Den andre setningen uttrykker at dersom h er en hendelse som foreligger realisert i verdenen w kan h ikke forårsake seg selv i verdenen w. Den tredje påstanden er at C;w er en transitiv relasjon. Også dette synes å være en temmelig harmløs påstand.

De to siste påstandene er imidlertid av en mindre "harmløs" natur, det vil si at de tilsynelatene ikke er like innlysende som dem vi nettop har nevnt. Den fjerde antagelsen, CR4, sier at dersom to distinkte hendelser h1 og h2 begge er årsak til en tredje h3 i verdenen w er h1 enten årsak til h2 eller omvendt. Dette kan knapt oppfattes som direkte evident. Påstanden innebærer at årsaksrelasjonen ikke kan forgrene seg bakover, med andre ord at en hendelse ikke kan være kausalt overbestemt. Selvom påstanden ikke på noen måte er direkte innlysende virker det likevel ikke som den er uten en viss plausibilitet. Vi drøfter den mer inngående i §6.2.

Er h en hendelse er β°(h) utsagnet som beskriver hendelsen h, det vil si det utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene hvor hendelsen h foreligger realisert. Den femte påstanden, CR5, uttrykker at dersom hendelsen h er årsak til hendelsen h' i verdenen w finnes det alltid en utsagnsmengde Δ som gir en deduktiv-nomologisk forklaring på β°(h') i verdenen w og der det utsagnet som beskriver årsaken h, ie. β°(h) er med i Δ.

Ved siden av disse fem påstandene CR1 - CR5 betrakter vi §6.1 også seks andre påstander av en beslektet natur. Disse er delvis av mer begrenset interesse. For det første kan man betrakte den påstand at enhver hendelse har en årsak. Det er mulig at denne påstanden holder i noen verdener, men ikke i andre. Oppfatter man påstanden som en logisk sannhet virker det som om man strekker begrepet 'logisk sannhet' vel langt. Vi betrakter også den påstand at dersom en fysisk hendelse har en årsak har den alltid en fysisk årsak. Sammen med den påstand at årsaksrelasjonen ikke kan forgrene seg bakover innebærer denne påstanden at mengden av fysiske hendelser er lukket under relasjonen 'forårsaket av'. Heller ikke dette virker det særlig rimelig å oppfatte som en rent logisk sannhet. Påstanden kan være sann i noen verdener, men behøver neppe av rent logiske grunner å være sann i alle. Det er altså nærliggende å oppfatte dette som en logisk sett kontingent påstand.

Vi sier at det foreligger kausal interaksjon mellom det mentale og det fysiske i verdenen w, i symboler "Interak(w)", hvis og bare hvis det finnes en fysisk hendelse som forårsaker en annen fysisk hendelse, det finnes en fysisk hendelse som forårsaker mentale hendelser, det finnes mentale hendelser som forårsaker andre mentale hendelser og det finnes mentale hendelser som forårsaker fysiske hendelser. Vi bemerker at dersom man antar at ingen fysiske hendelser er mentale hendelser er naturligvis påstanden om at mengden av fysiske hendelser er lukket under relasjonen 'forårsaket av' i verdenen w uforenelig med at det kan foreligge kausal intereaksjon mellom det mentale og det fysiske i verdenen w

I §6.2 innfører vi begrepet kausalstruktur for å isolere visse egenskaper ved kausalrelasjonen som synes å være interessante i seg selv og som kan studeres uten at man nødvendigvis trekker inn hele TMF;c eller deler av denne teorien. En kausalstruktur er et fire-tuple <E,F,M,C> der de diverse komponentene er ikke-tomme mengder. E representerer mengden av alle de hendelser som foreligger realisert i en verden w, F mengden av de fysiske hendelsene som foreligger realisert i denne verden, M mengden av de mentale hendelsene. Endelig representerer C kausalrelasjonen. Av en slik struktur kreves det at E=MUF, at F og M er disjunkte og at C er en relasjon over mengden E. Når det gjelder C krever vi at denne er transitiv og irrefleksiv.

I forbindelse med en slik kausalstruktur innfører vi visse begreper og antagelser som ikke har blitt diskutert eller omtalt i §6.1. Er x og y to hendelser der x er årsak til y, men der det ikke finnes noen hendelse z slik at x er årsak til z og z er årsak til y, sier vi at x er *direkte* årsak til y. En interessant påstand er at dersom x er årsak til y må x enten være direkte årsak til y eller så må det finnes en sekvens av hendelser h;0, ...h;n der n>=2, x=h;0 og y=h;n, og hvor man har at hver hendelse i rekken (bortsett fra den siste) er direkte årsak til den etterfølgende hendelse. Vi studerer denne antagelsen nærmere i §6.2. La oss kalle denne påstanden for *kravet om endelige årsakskjeder*. I §6.1 nevnte vi det følgende krav til årsaksrelasjonen, nemlig at den ikke kan forgrene seg bakover. I forbindelse med kausalstrukturer formulerer vi et lignende krav nemlig at dersom en hendelse h har en direkte årsak finnes det en og bare en hendelse som er direkte årsak til h. I §6.2 viser vi at disse to kravene er ekvivalente om vi forutsetter at en kausalstruktur oppfyller kravet om endelige årsakskjeder.

Vi har tidligere omtalt den påstand at mengden av fysiske hendelser er lukket under relasjonen 'forårsaket av'. I forbindelse med kausalstrukturer betrakterer vi to andre antagelser som er relatert til denne påstanden. For det første den påstand at dersom en fysisk hendelse h er forsårsaket av en annen hendelse er den alltid forårsaket av en tidligere fysisk hendelse. For det andre den påstand at dersom en fysisk hendelse har en årsak har den alltid en annen fysisk hendelse som direkte årsak. Den siste påstanden er adskillig sterkere enn den første. Vi viser at i en kausalstruktur som oppfyller kravet om endelige årsakskjeder og hvor man videre krever at enhver hendelse som har en årsak bare har én direkte årsak er den sistnevnte påstanden om fysiske hendelser faktisk ekvivalent med at mengden av fysiske hendelser er lukket under relasjonen 'forårsaket av'.

De resultatene vi har har nevnt er de viktigste vi har å tilby i §6.2. Man ser at dersom vi antar at enhver fysisk hendelse som har en årsak har en annen fysisk hendelse som direkte årsak vil genuin interaksjon mellom det mentale og det fysiske være umulig. Skal derfor interaksjon mellom det mentale og det fysiske være mulig i en verden w kan man ikke anta denne påstanden holder i w.

Utvides TMF;c med predikatet "hendelsen h er årsak til hendelsen h' ", ie. "C;w(h,h')", som et nytt primitivt predikat, og man legger til som nye ikke-logiske aksiomer CR1 - CR5, får man en litt mer omfangsrik teori. Denne betegnes i det følgende med "TMF;c+". I §6.3 beviser vi endel satser som er av en viss relevans for spørsmålet om TMF;c+ utvidet med antagelsen om at det finnes en verden hvor det foreligger kausal interaksjon mellom det mentale og det fysiske er konsistent relativt til TMF;c. La oss kort gjøre rede for hovedtrekkene i §6.3 før vi går videre.

Som man husker β°(h) det utsagnet som beskriver hendelsen h, eller for å si det mer nøyaktig, det utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene hvor hendelsen h foreligger realisert. La oss nå betrakte relasjonen R;w definert ved:

R;w= Mg(<x,y>: x,yêMHend* & (EΔ)(ΔêPt(U) & DNF;w({β°(x)}UΔ, β°(y))))[15]

Man har, som det fremgår av denne definisjonen, at R;w er en relasjon over mengden av logisk mulige tidsbegrensede hendelser. Videre fremgår det fra denne definisjonen at <x,y>êR;w hvis og bare hvis det utsagnet som beskriver hendelsen x sammen med en viss mengde med utsagn Δ representerer en partiell (deduktiv-nomologisk) forklaring i verdenen w på det utsagnet som beskriver hendelsen y.

Man kan ikke uten videre vise at R;w (wêI) er transitiv. Vi definerer imidlertid en relasjon φ;w som er inkludert i R;w som man kan vise at er transitiv. Har vi at <h,h'>êφ;w sier vi at h gir en partiell deduktiv-nomologisk forklaring på hendelsen h'.

Anta w er en mulig verden der det finnes hendelser h;1 - h;4 hvor h;1 og h;4 er fysiske hendelser, og h;2 og h;3 er mentale, og hvor vi har at h;j representerer en partiell forklaring i verdenen w på h;(j+1) for 1=<j <4. Vi skal da tillate oss å kalle verdenen w for "svakt interaktiv". Hovedresultatet i §6.3 kan etter disse forberedelsene formuleres på den følgende måte:

TESE: Er w en verden som er svakt interaktiv finnes det en relasjon C*;w som oppfyller kravene CR1 - CR5, som vi nevnte i forbindelse med kausalrelasjonen, samt kravet om endelige årsakskjeder. Videre vil det også finnes hendelser h;1 - h;4 som er tidsmessig begrensede,og foreligger realisert i verdenen w, og hvor det videre er slik at h;1 og h;4 er fysiske hendelser, h;2 og h;3 er mentale og hvor man har at C*;w(h;i, h;(i+1)) dersom 1=< i <4.

Dette resultat kan vises i teorien TMF;c. Nå virker det ikke direkte uplausibelt å hevde at dersom TMF;c er konsistent så er også TMF;c utvidet med den antagelse at det finnes verdener som er svakt interaktive en konsistent teori. I så tilfelle vil det også være slik at dersom TMF;c er konsistent vil denne teorien fortsette å være konsistent om vi utvider den med en påstand om at det finnes en verden w der det eksisterer en relasjon C*;w som oppfyller kravene i konsekventen i tesen som ble nevnt ovenfor. Dette er ikke det samme som å si at TMF;c+ er konsistent om TMF;c er det. Men resultatet ovenfor er det nærmeste vi på det nuværende tidspunkt har kommet frem til i denne forbindelse.

---

15 Merk at MHend* betegner mengden av mulige hendelser der tidsområdet er oventil og nedentil begrenset.

§6.1 Grunnsetninger om kausalrelasjonen

I språket til teorien TMF;c har vi ikke inkludert predikatet "Hendelsen x er årsak til hendelsen y i verdenen w".

Vi forkorter dette predikatet med "C;w(x,y)". Vi skal nå tenke oss språket til TMF;c utvidet med dette predikatet. Som nye ikke-logiske aksiomer for denne nye konstruksjonen skal vi betrakte de følgende:

CR1 C;w(h1,h2) → wêI &Hend(h1) & Hend(h2) &
Real(h1,w) & Real(h2,w)
CR2 Hend(h) & Real(h,w) → ¬C;w(h,h)
CR3 C;w(h1,h2) & C;w(h2,h3) → C;w(h1,h3)
CR4 C;w(h1,h3) & C;w(h2,h3) & h1≠h2. → C;w(h1,h2) v C;w(h2,h1)
CR5 C;w(h1,h2) → (EΔ)(DNF;w(Δ, β°(h2)) & β°(h1)êΔ)

Den nye teorien vi får når TMF;c utvides med aksiomene CR1–CR5 betegner vi med "TMF;c*".

Teorien bestående av formlene CR1 – CR5 er naturligvis ikke ment som noen fullstendig teori for årsaksrelasjonen innenfor rammen av språket til teorien TMF;c*. Det finnes sannsynligvis en rekke setninger, formodentlig sanne, i dette språket som inneholder kausalpredikatet, men som ikke kan avgjøres på basis av de aksiomene som er oppført. Men de setningene som er nevnt virker tross alt relativt rimelige.

La oss si noen ord om hva de enkelte formlene uttrykker. CR1 uttrykker at dersom hendelsen h1 er årsak til hendelsen h2 i verdenen w så må entitetene h1 og h2 være hendelser som foreligger realisert i verdenen w. Intuitivt sett virker dette rimelig. CR2 uttrykker at dersom h er en hendelse som foreligger realisert i verdenen w så kan h ikke være årsak til seg selv. CR1 og CR2 sammen impliserer derfor at ingen entitet kan være årsak til seg selv i noen mulig verden.

CR3 uttrykker at kausalrelasjonen er transitiv. Dette virker rimelig. Man kan imidlertid, om man finner det fordelaktig, definere en snevrere relasjon, "direkte årsak til", ved å si at h1 er direkte årsak til h2 i verdenen w dersom h1 er årsak til h2 i verdenen w og det ikke finnes noen hendelsen h slik at h1 er årsak til h i verdenen w og h er årsak til h2 i verdenen w. Denne relasjonen er åpenbart ikke transitiv.

CR4 uttrykker at kausalrelasjonen ikke "forgrener seg bakover": Er to distinkte hendelser h1 og h2 årsak til en tredje må enten h1 være årsak til h2 eller h2 årsak til h1. Dette innebærer selvfølgelig ikke at det er umulig at to distinkte hendelser begge kan forårsake en tredje, men det innebærer at at det er umulig at to distinkte hendelser kan være direkte årsak til en tredje hendelse. I lys av dette kan man si at CR4 impliserer at en hendelse ikke kan være kausalt sett overbestemt i den betydning at to distinkte hendelser begge kan være direkte årsak til den. Selvom dette i noen grad kan diskuteres virker det ikke intuitivt sett direkte urimelig.

Den siste formelen er av en viss interesse fordi den forbinder kausalrelasjonen med kausallover. CR5 uttrykker at dersom hendelsen h1 er årsak til hendelsen h2 i verdenen w finnes det en deduktiv nomologisk forklaring på hvorfor det utsagnet som beskriver h2 er tilfelle hvor det utsagnet som beskriver hendelsen h1 inngår i eksplanans. Er altså h1 årsak til h2 må det enten være slik at det utsagnet som beskriver h1, β°(h1), kausalt sett impliserer det utsagnet som beskriver h2, ie. β°(h2), eller så må det være slik at β°(h1) sammen med visse tilleggspremisser kausalt impliserer β°(h2).[16]

[16] Det virker som om Davidson går god for en tese av denne typen. Synspunkter av denne art imøtegås kritisk

Innefor rammen av språket til teorien TMF;c* kan man formulere mer direkte påstander om kausal interaksjon mellom på den ene side mentale hendelser og på den andre side fysiske hendelser.

La oss innføre predikatet "w er en verden der det foreligger kausal interaksjon mellom det mentale og det fysiske". Vi skal tillate oss å forkorte dette med "Interak(w)". Det er nærliggende å si at w er en slik verden dersom den er slik at det finnes finnes fysiske hendelser som er årsak til mentale hendelser i denne verdenen. Videre virker det rimelig å kreve at noen mentale hendelser forårsaker fysiske hendelser i den. Endelig virker det også rimelig å kreve av en slik verden at noen fysiske hendelser forårsaker andre fysiske hendelser og at noen mentale hendelser forårsaker andre mentale hendelser. Denne definisjonen kan formaliseres slik:

Definisjon 6.1.1:
(a) Interak(w) ↔
(Eh1)(Eh2)(Ment(h1) & Fys(h2) &C;w(h1,h2)) &
(Eh1)(Eh2)(Fys(h1) & Ment(h2) &C;w(h1,h2)) &
(Eh1)(Eh2)(Fys(h1) & Fys(h2) &C;w(h1,h2)) &
(Eh1)(Eh2)(Ment(h1) & Ment(h2) &C;w(h1,h2))
(b) Interak* = μ;-1(Mg(w: Interak(w)))

Som man ser fra det siste punktet i definisjonen betegner "Interak*" det utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de mulige verdenene w der man har at det foreligger kausal interaksjon mellom det mentale og det fysiske. Med andre ord betegner "Interak*" påstanden at det foreligger en slik interaksjon.

Figuren i Appendix I, Figur 3, er ment å illustrere en situasjon hvor det foreligger kausal interaksjon mellom det mentale og det fysiske i verdenen w. Punktene over linjen L er det meningen at skal representere fysiske hendelser som inntreffer i verdenen w. Punktene under denne linjen representerer mentale hendelser som foreligger i denne verden. En linje fra et punkt til et annet som ligger lenger mot høyre antyder et årsaksforhold, med andre ord at hendelsen som representerers ved punktet som linjen leder fra er årsak til den hendelsen som representeres ved punktet som linjen leder til. På figuren er f1 en fysisk hendelse som forårsaker den mentale hendelsen m1. Denne i sin tur forårsaker de mentale hendelsene m2 og m3. Hendelsen m2 har både fysiske og mentale virkninger. Den forårsaker den mentale hendelsen m6. Men den forårsaker også den fysiske hendelsen f2 som i sin tur har de fysiske hendelsene f3 – f6 som virkninger.

Finnes det nå verdener der det faktisk foreligger interaksjon mellom det fysiske og det mentale i denne forstand? Det er vanskelig å avgjøre spørsmålet på noen autoritativ måte. Men det virker ikke som om det er noe i teorien TMF;c* som utelukker eksistensen av slike verdener. Å hevde at det er logisk umulig, dvs. at det ikke finnes noen verdener hvor det foreligger noen kausal interaksjon mellom det fysiske og det mentale virker ytterligående. Heller ikke dette, eller negasjonen av denne påstand, kan man vise at formelt sett lar seg utlede i TMF;c*. I det hele tatt er denne teorien så svak at den neppe kan avgjøre noen spørsmål av denne art. Kanskje det mest naturlige er å se på Interak* som en logisk sett kontingent påstand som er sann i noen mulige verdener, men usann i andre. Et mer vesentlig spørsmål er om påstanden om kausal interaksjon mellom det mentale og det fysiske er konsistent med påstanden om at den fysiske virkelighet er det vi ovenfor kalte eksplanatorisk autonom. For min egen del kan jeg ikke se at det finnes noe som taler direkte mot dette. Det

---

av Putnam i Putnam[1].

virker for eksempel rimelig å tro at man får som resultat en teori som er konsistent relativt til TMF;c* om man til denne teorien legger til formelen:

(Ew)(wêI & Interak(w) & FAut(w))

som et nytt ikke-logisk aksiom.[17]

Et viktig aspekt ved denne konsistenspåstanden synes å være at den impliserer at det ikke kan være noen konflikt mellom rent fysiske lover og det forhold at mentale hendelser forårsaker fysiske. Dette innebærer for eksempel at det ikke kan være noen konflikt mellom, la oss si loven om energiens konstans, eller for den saks skyld noen andre konstans- eller bevaringslover, og det forhold at et skarpt lydinntrykk som fremtrer for min bevissthet forårsaker at visse legemsbevegelser, la oss si noen kraftige rykninger i min kropp. Legemsbevegelsene kan vi gå ut fra at er en temmelig komplisert fysisk hendelse. Og antar vi at den faktiske fysiske virkelighet er eksplanatorisk autonom kan denne hendelse gis en rent fysisk forklaring om den kan gis en forklaring overhodet. Men en fysisk forklaring kan gis fordi lydinntrykket forårsaker legemsbevegelsene. Dette innebærer , om man holder seg til CR5, at det finnes en deduktiv-nomologisk forklaring på legemsbevegelsene der lydinntrykket inngår som en del av eksplanans. Men dette kan i såfall ikke motsi noen fysiske lover som gjelder, siden legemsbevegelsene også kan gis en rent fysisk forklaring, basert nettopp på disse lovene i kraft av dette at den fysiske virkelighet er ekplanatorisk sett autonom. Å si at lydinntrykket er årsak til rykningene er ikke å si det samme som at dette bevissthetsinntrykket er parameter i noen rent fysiske ligninger.[18]

I forbindelse med prinsippene CR1 – CR5 kan det være av interesse å betrakte endel nærliggende setninger. En tese som er kontroversiell er at enhver hendelse har en årsak:

CR6 (Ah)(Hend(h) & Real(h,w) → (Eh')(Hend(h') & Real(h',w) & C;w(h',h)))

Det virker ikke som om det er noen grunn til å tro at dette holder i enhver logisk mulig verden. Det kan altså ikke være noen grunn til å tro at det er logisk nødvendig at enhver hendelse har en årsak. Muligens holder det i noen verdener, mens det ikke holder i andre. Det er altså intet som tilsier at det skulle være umulig at noen hendelser ikke har noen årsak. Vi skal imidlertid ikke begi oss inn på noen detaljert diskusjon av CR6 her.

To teser som også kan nevnes og som muligens har noe større interesse i denne sammenheng er:

---

[17] Siden teorien TMF;c* er temmelig komplisert vil et formelt bevis for dette sikkert også bli temmelig komplisert. Men problemstillingen er fra en formell synsvinkel eksakt nok og det er neppe spesielt dristig å gjette på at et slikt bevis kan gis.

[18] I Putnam [1], s78-79, finner man følgende passasje: "The customary critisism was beautifully and trenchantly stated by Bertrand Russel. If dualistic interactionism is true, then my body must have a trajectory that is different from the trajectory that whould be predicted for it by the laws of physics on the basis of the physical forces acting upon it." Dette er noe man logisk sett godt kan benekte om man, slik vi gjør, skiller mellom det vi har kalt prinsippet om den fysiske virkelighets eksplanatoriske autonomi og det prinsipp at enhver fysisk hendelse må forårsakes direkte av en annen fysisk hendelse. Hvis man skiller mellom disse to prinsippene kan enhver hendelse i en persons legeme som er av rent fysisk art forklares, om den da kan forklares, ved å henvise til rent fysiske initialbetingelser og rent fysiske lover, mens det likevel kan være slik at noen slike hendelser har en mental årsak. Det førstnevnte autonomiprinsipp er helt forenelig med det mulige forhold at en årsakskjede kan gå fra fysiske til mentale hendelser og derfra tilbake til fysiske hendelser, med andre ord er autonomiprinsippet logisk sett helt forenelig med psyko-fysisk interaksjonisme. Man kan derfor godt være Cartesisk interaksjonist uten av den grunn å benekte at de fysiske lover, inkludert fysiske konservasjonslover, holder ubønnhørlig og uinnskrenket. Det bør forøvrig nevnes at prinsippet om den fysiske virkelighets eksplanatoriske autonomi kan oppfattes som kontingent. I noen mulige verdener kan det tenkes at det ikke holder. Med andre ord kan det der være slik at visse fysiske fenomener ikke overhodet kan forklares uten at mentale hendelser trekkes inn.

CR7 (Ah1)(Ah2)(Fys(h1) & C;w(h2,h1) → Fys(h2))
CR8 (Ah1)(Fys(h1) & (Eh)C;w(h,h1). → (Eh)(Fys(h) & C;w(h,h1)))

Den første av disse to setningene uttrykker at mengden av fysiske hendelser er lukket under årsaksrelasjonen: Er h1 en fysisk hendelse og er hendelsen h2 årsak til h1 i verdenen w så må også h2 være en fysisk hendelse. Også dette virker som en tese som det er urimelig å tro at holder i alle mulige verdener. Det virker med andre ord ikke rimelig å hevde at det er logisk nødvendig at mengden av fysiske hendelser er lukket under årsaksrelasjonen. La oss også bemerke at CR7 er uforenelig med Interak(w) om man antar at mengden av fysiske hendelser og mengden av mentale hendelser ikke har noen felles elementer. Dette skulle være ganske åpenbart.

Man ser raskt at CR7 impliserer CR8 som er en svakere tese. CR8 uttrykker bare at dersom en fysisk hendelse h1 har en årsak i verdenen w vil den også ha en rent fysisk hendelse som årsak i denne verden. Den utelukker derfor ikke at en fysisk hendelse kan ha både mentale og fysiske årsaker. Betingelsen CR8 er derfor forenelig med den tanke at en mental hendelse kan ha fysiske virkninger. Dette innebærer at den er forenelig med Interak(w). I forbindelse med CR8 er det også nærliggende å betrakte de følgende to formler:

CR9 (Ah1)(Ment(h1) & (Eh)(C;w(h,h1)). → (Eh)(Fys(h) & C;w(h,h1)
CR10 (Ah1)(Fys(h1)→ (Ah)(C;w(h,h1) → Ment(h) v Fys(h))

Den første av disse to formlene uttrykker at dersom en mental hendelse har en årsak har den alltid en eller annen fysisk årsak. Dette innebærer ikke at enhver mental hendelse har en fysisk årsak som direkte årsak. Det innebærer bare at dersom man starter med en mental hendelse m og går bakover i årsakskjeden vil man før eller senere støte på en fysisk årsak. Dette virker i og for seg ikke så urimelig. CR10 uttrykker at dersom en hendelse h er årsak til en eller annen fysisk hendelse vil h enten være en mental eller en fysisk hendelse. Dette er ikke spesielt opplagt. Fra CR9 og CR10 kan man utlede CR8 om man antar at enhver mental hendelse har en årsak:

CR11 (Ah1)(Ment(h1) → (Eh)C;w(h,h1))

Resonnementet er som følger: Anta at h1 er en fysisk hendelse og at h2 er en eller annen hendelse som er årsak til h1. I lys av CR10 må da h2 enten være en fysisk hendelse eller en mental hendelse. I det tilfelle at h2 er en fysisk hendelse har h1 åpenbart en fysisk årsak. Har man på den annen side at h2 er en mental hendelse har man i kraft av CR11 at det må finnes en eller annen hendelse h3 der h3 er årsak til h2. Ved hjelp av CR9 følger det da at h2 må ha en fysisk årsak, la oss si h4. Men i så tilfelle har vi at h4 er årsak til h2 som i sin tur er årsak til h1. Siden årsaksrelasjonen er transitiv må derfor h4 være en fysisk årsak til h1. I begge tilfelle holder defor CR8.

I dette resonnementet forutsatte vi CR11. Dette er imidlertid en unødig sterk forutsetning. Resonnementet kan gjennomføres om man begrenser CR11 til bare å gjelde de mentale hendelser som forårsaker fysiske hendelser, med andre ord de mentale hendelser som har fysiske virkninger:

CR12 (Ah1)(Ment(h1) & (Eh)(Fys(h) & C;w(h1,h)). → (Eh)C;w(h,h1))

Nå virker det intuitivt rimelig å tro at konjunksjonen av CR9 – CR11 er konsistent med Interak(w). Man kan derfor, siden CR9 – CR11 impliserer CR8, med like stor rett tro at CR8 er konsistent med Interak(w).

§6.2 Kausalstrukturer

Vi skal ta vårt utgangspunkt i strukturer av typen <E,M,F,C> der alle elementene er ikke-tomme mengder og C Inkl ExE. Vi skal kalle en slik struktur for en kausalstruktur om den oppfyller visse krav A1 - A9 som vi etterhvert vil spesifisere og kommentere nærmere.

I forbindelse med en struktur av typen S= <E,M,F,C> er det meningen at mengden E representerer mengden av alle hendelser. M representerer så mengden av alle mentale hendelser og F mengden av alle fysiske hendelser. C representerer årsaksrelasjonen. Har man at C(x,y), der x,y er elementer i E, innebærer dette at hendelsen x er årsak til hendelsen y.

Det første kravet som stilles til en struktur S= <E,M,F,C> for at det skal være en kausalstruktur er det følgende

A1 E= MUF & MΩF=ø & M≠ø & F≠ø.

Man ser at dette kravet innebærer at mengden av hendelser er ikke-tom og at den uttømmes av mengden av de mentale og de fysiske hendelsene. Videre ser man at A1 impliserer at det finnes mentale hendelser såvel som fysiske hendelser. Kravet impliserer også at de to mengdene av hendelser er disjunkte, dvs. at de ikke har noen elementer felles.

Man kan diskutere om det er nødvendig å anta at foreningsmengden av mengden av de fysiske hendelsene og de mentale hendelsene uttømmer E. Det kunne være av interesse å betrakte et litt svakere krav en A1 der E= MUF er erstattet med MUF Inkl E. Man kunne i så fall la spørsmålet om (E - (MUF)) ≠ø stå åpent.

De neste kravene A2 - A5 gjelder relasjonen C og er ment å gjelde for alle elementer x,y i mengden E. Det dreier seg om de følgende krav:

A2 C(x,y) & C(y,z) → C(x,z)
A3 xêE → ¬(C(x,x))
A4 C(x,y) → x,yêE
A5 C(x,y) → ¬C(y,x)

Noen kommentarer er også på sin plass her. Kravet A2 innebærer at kausalrelasjonen C er en transitiv relasjon. Kravet A3 sier at denne relasjonen er irrefleksiv. A4 sier at kausalrelasjonen C er en relasjon over domenet E, med andre ord at dersom x er årsak til y så må x og y være hendelser. Endelig sier det siste av disse kravene at C er en asymmetrisk relasjon. Kravene A1 - A5 virker temmelig uproblematiske. Det virker som om de kan oppfattes som krav som det er svært rimelige å stille til årsaksrelasjonen C.

Vi gir nå en definisjon av hva som menes med at en hendelse x er direkte årsak til en hendelse y. Det virker rimelig å si at dette er tilfelle hvis og bare hvis to krav er oppfylt: For det første må x være årsak til y. For det andre må det ikke finnes noen hendelse z slik at x er årsak til z og z er årsak til y. Det må altså ikke finnes noen mellomliggende årsak. Denne definisjonen kan formuleres formelt slik:

Definisjon 6.2.1 dC(x,y) ↔ C(x,y) & ¬(Ez)(zêE & C(x,z) & C(z,y))

I tillegg til kravene ovenfor vil vi formulere ytterligere fire krav. Først kan man se på:

A6 xêF &(Ey)(C(y,x)) → (Ey)(yêF & C(y,x))

Som man ser uttrykker A6 at dersom x er en fysisk hendelse som har en årsak finnes det alltid en annen fysisk hendelse som er årsak til x. Sagt på en annen måte kan man si at enhver fysisk hendelse som er forårsaket av noe er forårsaket av en fysisk hendelse. Dette kravet kan virke rimelig. Imidlertid vil vi etterhvert betrakte noen sterkere krav.

Det neste kravet er dette:

A7 dC(x,y) & dC(z,y) → x=z

Dette kravet sier at dersom x er direkte årsak til y, og z også er direkte årsak til y, så må x og z være identiske. Det er mulig at dette kravet er noe mer tvilsomt enn de andre kravene. Det kan sies å uttrykke den tanke at ingen hendelse kan være kausalt overdeterminert. I det minste kan det oppfattes som en slags presisering av denne tesen.

Det neste kravet sier at dersom hendelsen x er årsak til hendelsen y må det enten være slik at x er direkte årsak til y eller så må det finnes en kjede av hendelser a;0,...,a;n (n>1) der vi har at a;0=x og a;n=y og hvor vi har at hvert ledd i kjeden bortsett fra det siste er direkte årsak til det som kommer etter. Formelt sett kan dette kravet formuleres slik:

A8 C(x,y) →. dC(x,y) v
(Ef)(En)(Func(f) & Dom(f)=n+1 &nêN& n>1& Rgn(f) Inkl E &
f(0)=x & f(n) = y & (Aj)(j>=0 & j<n → dC(f(j), f(j+1)))).[19]

Dette kravet er kanskje heller ikke helt innlysende, men det virker ikke direkte urimelig. Så vidt vi kan skjønne er det noe som ofte forutsettes mer eller mindre stilltiende av dem som mener at årsaksbegrepet er et relativt klart begrep. Det er også vanskelig å se at dette kravet kan utledes fra dem som er nevnt tidligere. Vi har imidlertid ikke formulert noe bevis for dette, og er heller ikke i øyeblikket forberedt på å formulere noe slikt bevis. Dette er imidlertid ikke avgjørende for noe av det vi har å si i det følgende.

Det siste kravet vi skal se på er dette:

A9 C(x,y) & C(z,y) & x≠z → C(x,z) v C(z,x).

Dette kravet sier at dersom to distinkte hendelser er årsak til den samme hendelsen y så er enten den første årsak til den andre eller omvendt. Man kan se på dette kravet som en annen versjon av kravet om at en hendelse ikke kan være kausalt overbestemt. Mer nøyaktig sier kravet at kausalrelasjonen ikke kan forgrene seg bakover.

Dette avslutter den listen av krav som jeg vil betrakte i forbindelse med strukturer av typen <E,M,F,C>. Enhver struktur <E,M,F,C> som oppfyller kravene A1 - A9 kalles en kausalstruktur.

---

[19] Merk at vi bruker von Neumanns versjon av de naturlige tallene. Hvert naturlig tall, bortsett fra 0, er da mengden av sine forgjengere. Man har altså at 0=ø og n+1= {1,2,...,n} for alle naturlige tall n>=0.

Vi skal nå vise at den følgende påstand holder:

Teorem 6.2.1 Anta <E,M,F,C> er en struktur som oppfyller kravene A1 - A5, samt A8 og A9. Da vil strukturen også oppfylle kravet A7.

Bevis: Anta for reduktio ad absurdum at det finne x,y,zêE der vi har
(1) dC(x,y)& dC(z,y) & x≠z. Fra(1) og definisjonen av relasjonen dC følger det at man må ha: (2) C(x,y) & C(z,y). Siden x≠z følger det da ved hjelp av A9 at (3) C(x,z) v C(z,x). Det vil altså være nok å betrakte to tilfelle. Tilfelle (i). C(x,z). Fra dette og (2) følger C(x,z)& C(z,y) og derfor at (Er)(rêE & C(x,r)& C(r,y)). Men dette strider mot den første konjunkten i (1). Tilfelle (ii): C(z,x). Da har vi også ved hjelp av (2) at C(z,x)& C(x,y) og derfor at (Er)(rêE & C(z,r)&(C(r,y)). Men dette strider mot den andre konjunkten i (1) og definisjonen av relasjonen dC. Siden man kan utlede en motsigelse i begge tilfellene må man konkludere med at det ikke kan finnes x,y,zêE slik at (1) holder. Men dette impliserer umiddelbart at A7 må holde. Dette avslutter beviset. **QED**.

Selvfølgelig er vi interessert i spørsmålet om noen mentale hendelser kan forårsake fysiske hendelser. Når vi nå har innført begrepet kausalstruktur ser man at man kan være interessert i om det finnes slike strukturer som oppfyller det følgende krav:

(M1) (Ex)(Ey)(xêM & yêF & C(x,y))

M1 uttrykker at det finnes hendelser x,y der x er en mental hendelse og y er en fysisk hendelse, og hvor man har at hendelsen x er årsak til hendelsen y. Kan det finnes kausalstrukturer i den betydningen som har blitt innført som oppfyller dette kravet? Såvidt vi kan se er det intet som forhindrer dette. Jeg tror det faktisk er mulig å spesifisere slike strukturer. Dette synes å ha med det å gjøre at A6 er et ganske svakt krav. Forårsaker en mental hendelse a en fysisk hendelse b, er det intet i veien for at den mentale hendelsen a i sin tur kan være forårsaket av en fysisk hendelse c og da vil c selvfølgelig være en fysisk hendelse som forårsaker b. Det virker derfor ikke som om det er noe i kravene A1 - A9 som utelukker at M1 kan holde.

Man kan imidlertid vurdere å skjerpe A6 til:

A6+ xêF &(Ey)(C(y,x)) → (Ey)(yêF & dC(y,x))

Man ser at A6+ sier at dersom en fysisk hendelse x er forårsaket av en hendelse finnes det altid en fysisk hendelse som er den direkte årsaken til x. Det man kan vise er at dersom A6 forsterkes på denne måten holder ikke M1 i noen kausalstruktur. Påstanden kan formuleres litt mer nøyaktig slik:

Teorem 6.2.2 Anta <E,M,F,C> er en struktur som oppfyller kravene A1-A5, A6+ og A7-A9. Da har man at negasjonen av M1 holder, med andre ord at
¬ (Ex)(Ey)(xêM & yêF & C(x,y))

Bevis: Anta for reduktio ad absurdum at det finnes x,y slik at
(1) xêM & yêF & C(x,y)
Fra den siste konjunkten og A8 følger det at vi kan skille mellom to tilfeller.

Tilfelle (i): Man har (2) dC(x,y). Fra (1) og A6+ kan man da slutte at det må finnes noe z der (3) zêF &dC(z,y). Men fra (2), (3) og A7 følger at x=z. Men fra dette og (1) følger zêM. Dette strider mot den første konjunkten i (3) i lys av kravet A1. Man skjønner at dette tilfellet er utelukket.

Tilfelle (ii): Det må da finnes en sekvens av hendelser a;0,..., a;n der man har (4) n>1 & x=a;0 & y=a;n samt (5) dC(a;r, a;r+1) for alle r>=0 &r<n. Vi setter nå per definisjon:

C= Mg(r: 0=<r &r =<n &a;r êF)

Siden vi har yêF og y=a;n har vi at (6) nêC. Vi har også (7) C Inkl {0,...,n}. Siden C er en mengde med naturlige tall finnes det et minste tall i C. Vi betegner dette med r;0, ie. (8) r;0= (min;k)(kêN & kêC). Man har selvfølgelig at (9) r;0êC. Vi kan imidlertid ikke ha at r;0=0 for da har man a;0 êF og derfor, siden a;0=x at xêF. Men vi har xêM og derfor ¬(xêF) i lys av A1. Det følger derfor at (10) r;0>0. Vi har da (11) a;(r;0)êF & a;(r;0-1)êM & dC(a;(r;0-1),a;(r;0)). Fra dette følger ved hjelp av A6+ at det finnes z der man har: (12) dC(z,a;(r;0)) & zêF. Fra (11), (12) og A7 har vi imidlertid at z=a;(r;0-1). Men fra dette og (11) følger M(z). Da har vi zêM og zêF for noe z. Men dette er utelukket siden F og M er disjunkte mengder ifølge A1. Vi har altså utledet en motsigelse.

Dette viser at også det andre tilfellet er umulig. Siden begge tilfelle er umulige må vi altså konkludere med at det ikke kan finnes x,y slik at (1) holder. Dette avslutter vårt bevis for satsen. **QED**.

Det er et aspekt ved den årsaksteorien vi har sett på ovenfor som bør bemerkes. Saken er at man ikke i denne teorien har forutsatt noe om tidsrelasjonen mellom årsak og virkning. Vi har ikke i kausalstrukturene innført noen tidsmessig ordningsrelasjon mellom hendelsene i E. I prinsippet er det ikke noe i denne teorien som forhindrer at virkningen kan komme før årsaken, eller at årsak og virkning kan overlappe hverandre i tid. Heller ikke er det noe som hindrer at det kan være et tidsmessig gap mellom en årsak a og en virkning b der a faktisk er direkte årsak til b. Det er altså intet i teorien som forhindrer at en hendelse kan være direkte årsak til en annen hendelse som intreffer, la oss si, 10 millioner år senere.

Man kan betrakte et krav som tilsynelatende er enda sterkere enn A6+. Vi har i tankende det følgende krav:

A6++ xêF & C(y,x) → yêF

Som man ser uttrykker denne formelen at dersom y er årsak til en fysisk hendelse så er y også en fysisk hendelse. Det er lett å se at A6++ impliserer A6. Vi har

Teorem 6.2.3 Anta <E,M,F,C> er en struktur som oppfyller kravene A1-A5 og A7-A9. Anta strukturen også oppfyller A6++. Da holder også A6.

Bevis: Anta forutsetningene i satsen holder og at vi vi har (1) xêF & C(y,x) for en eller annen hendelse y. Men fra (1) og A6++ følger da yêF. Vi har derfor yêF &C(y,x), og derfor (Ez) (zêF &C(z,x)). Dette viser at påstanden holder. **QED**.

Teorem 3 sier intet om forholdt mellom A6++ og A6+. Gitt de andre kravene kan man kanskje ha en mistanke om at disse to påstandene er ekvivalente. Vi skal vise at dette er tilfelle.

Det skulle være nokså åpenbart at A6++ er ekvivalent med negasjonen av M1. Dette er såpass trivielt at det egentlig ikke trenger noe omstendelig bevis. Man må imidlertid forutsette at ingen fysiske hendelser er mentale. Vi formulerer det som en egen sats og føyer til beviset, selvom det trolig er overflødig.:

Teorem 6.2.4 Anta <E,M,F,C> er en struktur som oppfyller kravene A1 og A4 da har man:
A6++ ↔ ¬M1

Bevis: Anta A6++ holder og anta det finnes x,y slik at xêM &yêF & C(x,y). Fra A6++ følger da xêF og derfor xêM & xêF. Dette siste er åpenbart uforenelig med A1. Anta på den annen side at A6++ ikke holder. Da finnes det x,y slik at xêF & C(y,x) & ¬(yêF). Siden C(y,x) har vi da ved hjelp av A4 at yêE. Fra dette og A1 følger så at yêMUF. Men siden M og F er disjunkte må vi da ha yêM. Med andre ord har vi at det finnes x,y slik at yêM & xêF & C(y,x). Dette viser at M1 holder. Dette avslutter beviset. **QED**.

Som allerede nevnt er vi interessert i forholdet mellom disse to kravene:

A6+ yêF & (Ex)C(x,y) → (Ez)(zêF & dC(z,y))

og

A6++ yêF & C(x,y) → xêF

Det virker som om det er rimelig å gjette på at disse er ekvivalente i nærvær av de andre kravene som vi har stilt til en kausalstruktur.[20] Dette innebærer i såfall at vi skulle kunne gi bevis for den følgende sats:

Teorem 6.2.5 Anta Q=<E,M,F,C> er en struktur som oppfyller kravene A1 - A5 og A7 - A8. Da har man at strukturen Q oppfyller kravet A6+ hvis og bare hvis Q oppfyller kravet A6++.

Bevis: *(a)* Vi viser først at A6++ impliserer kravet A6+ i nærvær av de andre nevnte kravene. Anta at A6++ holder, med andre ord at:

(1) yêF & C(x,y) → xêF holder for alle x,yêE.

Anta nå at for vilkårlig y at (2) yêF &C (x,y) for noe x. Fra den andre konjunkten i (2) og A8 følger at det enten er slik at dC(x,y) eller er slik at det finnes en kjede av hendelser a;0,...,a;n der n>1 & x=a;0 & y=a;n & der vi har for alle jêN & j>=0 & j<n at dC(a;j,a;(j+1)). Det er derfor naturlig å skille mellom to tilfeller:

---

[20] Det bør bemerkes at det er viktig å skille mellom de følgende prinsipper, nemlig (a) at enhver fysisk hendelse har en fysisk årsak og (b) at enhver fysisk hendelse har en annen fysisk hendelse som direkte årsak og (c) det vi har kalt tesen om den fysiske virkelighets eksplantoriske autonomi. Uansett hvordan man definerer årsak er det ikke opplagt at (a) eller (b) impliserer (c), og det virker enda mer tvilsom om (c), slik vi har formulert dette prinsipp impliserer (a) eller (b). Påstand (b) vil, som vi har vist, under visse relativt rimelige antagelser om årsaksrelasjoner, mentale hendelser og fysiske hendelser, være uforenelig med den påstand at mentale hendelser kan forårsake fysiske. Dette er imidlertid ikke uten videre tilfelle med (a) eller (c). Det virker på meg som om Kim, i Kim [1] side 147 -148, er temmelig uklar når han taler om prinsippet om at det fysiske området er lukket under årsaksrelasjonen. Det virker som om han har (b) i tankene, men man kan være i villrede om han skiller klart mellom påstandene(a) -(c). Hvis man hevder at disse tre påstandene på et eller annet vis sier det samme er det ikke å undres over at man føler det er umulig å gi noen mening til psykofysisk interaksjonisme, og at man føler seg fristet til å si "... on Cartesian dualism there kan be no complete physical theory of the physical domain". Som det fremgår av det vi har skrevet ovenfor, og i betraktning av hva vi tar opp i senere avsnitt virker ikke dette direkte overbevisende. Muligens imotsetning til Kim anser vi (a) og (c) som relativt rimelige prinsipper og (c) som mer rimelig enn (a). Man kan, som vi viser, logisk sett benekte (b) uten derfor å benekte (a) eller (c).

Tilfelle (i): dC(x,y). Fra (1) og (2) følger umiddelbart xêF. Derfor har vi xêF& dC(x,y). Dette impliserer (Ez)(zêF &dC(z,y))). Man ser at satsen derfor holder i dette tilfellet.

Tilfelle (ii): Det finnes en kjede av hendelser a;0,...,a;n der (3) n>1 & x=a;0 & y=a;n og der vi har at (4) dC(a;j,a;(j+1)) for alle jêN & j>=0 & j<n. Siden n-1<n har vi da fra (4) at (5) dC(a;(n-1),a;n). I lys av (3) er dette ekvivalent med
(6) dC(a;(n-1),y). Fra dette, (1) og (2) følger at a;(n-1)êF. Dette og (6) gir oss så det vi ønsker, nemlig: (Ez)(zêF &dC(z,y)). A6+ holder derfor også i dette tilfellet.

(b) Vi må imidlertid også vise at implikasjonen den andre veien holder. Dette innebærer at vi må vise at A6++ er implisert av A6+. Anta derfor at A6+ holder:
(1) yêF & (Ex)C(x,y) → (Ez)(zêF & dC(z,y)) for alle hendelser y. Anta så for vilkårlige hendelser x,y at (2) yêF & C(x,y). Vi ønsker å vise xêF. Siden C(x,y) er det i lys av A8 igjen naturlig å sondre mellom to tilfeller:

Tilfelle (i): (3) dC(x,y). Fra (2) og (1) følger at det finnes z slik at (4) zêF & dC(z,y).Fra dette, (3) og A7 følger at x=z og derfor (5) xêF. Dette er hva vi ønsker. Satsen holder derfor i dette tilfellet.

Tilfelle (ii): Det finnes en kjede av hendelser a;0,...,a;n der (6) n>1 & x=a;0 & y=a;n & der vi har at (7) dC(a;j,a;(j+1)) for alle jêN & j>=0 & j<n. Vi vil nå vise to ting:

(8.1) a;n-1êF

(8.2) (Aj)(j>0 & j<n &a;jê F → a;(j-1)êF)

Ved induksjon følger det da at a;0êF, ie. at xêF som er det vi ønsker. La oss først vise (8.1). Siden n-1<n har vi i kraft av (7) at (9) dC(a;(n-1),a;n). Siden a;n=y har vi yêF. Fra dette , (2) og A6+ følger eksistensen av z der zêF & dC(z,y). Dette, (9) og det at y=a;n impliserer at a;(n-1)=z i lys av A7 og derfor at a;(n-1)êF. Dette viser at (8.1) holder.

La oss så gi bevis for (8.2). Anta (10) j>0 & j<n & a;jêF. Da har vi ved hjelp av (7) at (11) dC(a;(j-1),a;j). Fra dette, (10) og A6+ har vi at det finnes z slik at (12) zêF & dC(z,a;j). Men (11), (12) og A7 impliserer at z=a;j-1. Siden zêF følger da umiddelbart at a;(j-1)êF som er det vi ønsker. Dermed har vi også godtgjort at (8.2) holder. Vi har nå gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

I beviset ovenfor har vi benyttet det følgende induksjonsprinsipp:

(+) F(a;n) &n>0& (Aj)(j=<n &j>0& a;jêF → a;(j-1)êF).
→ (Ak)(0=<k=<n →a;kêF)

Dette er ikke den vanlige formen til induksjonsprinsippet. Men jeg tror neppe at noen skulle kunne tvile på at prinsippet er korrekt.

Det var også et annet problem som kan reises i forbindelse med det som er skrevet ovenfor. Spørsmålet er om det var mulig at det kunne finnes kausalstrukturer, strukturer av typen <E,M,F,C> som oppfylte kravene A1-A9 og som samtidig oppfylte kravet M1. Det er ganske lett å vise dette:

La oss definere E ved å sette E={a,b,c} Der vi antar at a,b og c er tre distinkte objekter. La oss videre sette E={b} og F={a,c}. La oss tilslutt definere relasjonen C ved å sette C={<a,b>,<b,c>, <a,c>}. Kan man nå vise at strukturen <E,M,F,C> som er definert på denne måten er en kausalstruktur? Det skulle være nokså åpenbart at C definert på denne måten er en transitiv, irrefleksiv og antisymmetrisk relasjon. Videre er den åpenbart en relasjon over E. Det virker derfor ganske klart at denne strukturen oppfyller kravene A1 - A5 i definisjonen av en kausalstruktur siden mengdene E og F er disjunkte, ikke-tomme og samlet uttømmer mengden E. Det skulle heller ikke være vanskelig å se at kravet A6 er oppfylt. c er jo den eneste fysiske hendelsen i denne strukturen som har en årsak. Og c er jo forårsaket av a i tillegg til b. Dessuten er a en fysisk hendelse. Man ser derfor at strukturen oppfyller kravet A6. Det skulle være klart a er direkte årsak til b og at b er direkte årsak til c. Dette er også de eneste forholdene av direkte årsak som gjelder i strukturen. Det skulle derfor være nærmest trivielt at kravet A7 er oppfylt. Ser man nærmere etter skulle det heller ikke være noe problem å se at A8 og A9 også holder i denne strukturen. Man kan derfor konkludere med at strukturen faktisk er en kausalstruktur. Man ser imidlertid også ganske raskt at M1 holder i denne strukturen. b er jo en mental hendelse som forårsaker den fysiske hendelsen c.

Det som står ovenfor er naturligvis ikke noe formel bevis. Det skulle være mulig å gi et slikt bevis. Men det smaker kanskje av pedanteri om man insisterer på at man må gjøre det.

Vi har ovenfor vist at A9 impliserer A7. Det som også kan være av interesse er å vise at det omvendte også holder, nemlig at A7, i nærvær av de andre kravene som stilles til en kausalstruktur, impliserer A9. Vi skal vise at dette holder:

Teorem 6.2.6 Anta <E,M,F,C> er en struktur som oppfyller kravene A1-A6 og A8. Da har vi at den oppfyller kravet A9 hvis og bare hvis den oppfyller kravet A7.

Som nevnt har vi vist den ene halvdelen av dette tidligere. Jeg er nå interessert i å bevise den andre halvdelen, nemlig at A7 impliserer A9. Det er imidlertid hensiktsmessig å bevise den følgende hjelpesetning først:

Lemma 6.2.1. Anta <E,M,F,C> er en struktur som oppfyller kravene A1-A5,A7 og A8. Anta a;0,...,a;m (m>=1) er en sekvens av hendelser i E og at b;0,...,b;n (n>=1) er en sekvens av hendelser i E. Anta videre at at vi har:

(1.0) a;m = b;n
(1.1) (Aj)(j>=0 & j<m → dC(a;j, a;(j+1)))
(1.2) (Ak)(k>=0 & k<n → dC(b;k, b;(k+1)))

Da gjelder følgende.

(a) Er m=n har man at (Aj)(j>=0 & j=<n → a;j=b;j).
(b) Er n>m har man: (Aj)(j>=0 & j=<m → a;j=b;(j+(n-m))) & C(b;0,a;0)

Bevis: Ad (a). Anta forutsetningene og (1.0) - (1.2) holder. Anta (1) m=n. Da har vi åpenbart at (2) a;n=b;n ikraft av (1.0). Vi vil nå vise:

(3) (Aj)(j>0 & j=< n & a;j=b;j → a;(j-1)=b;(j-1))

Fra (2) og (3) følger da den første konklusjonen i satsen ved hjelp av induksjon. Det vil altså være tilstrekkelig å bevise (3). Anta (4) j>0 & j=<n & a;j=b;j. Da har vi ved hjelp av (1.1) og (1.2):

(5) dC(a;(j-1),a;j) & dC(b;(j-1),b;j)

Fra dette, (4) og A7 følger at a;(j-1) = b;(j-1). Dette viser at (3) holder og avslutter beviset for den første konklusjonen.

Ad (b): Vi har ikraft av (1.0) at (6) a;m=b;n. Det vil nå være tilstrekkelig å vise:

(7) (Aj)(j>0 & j=<m & a;j= b;(j+(n-m)) → a;(j-1) = b;(j+(n-m)-1)

Anta derfor at (8) j>0 & j=<m & a;j= b;(j+(n-m)). Da har vi ved hjelp av (1.1) at (9) dC(a;(j-1),a;j). Videre har vi siden j=<m at j+(n-m) =< (m+(n-m))=n. Derfor har vi ved hjelp av (1.2) at (10) dC(b;(j+(n-m)-1), b;(j+(n-m)). Fra (8), (9), (10) og A7 følger så a;(j-1) = b;(j+(n-m)-1). Dette viser at (7) holder. Den første konjunkten i (b) følger så fra (6) og (7) ved induksjon. Det er åpenbart at vi har (11) a;0= b;(n-m) om n>m. Det følger også at n-m>0. Fra (1.2) følger derfor:

(12) (Ak)(k>=0 & k<(n-m) → dC(b;k, b;(k+1)))

Fra dette følger så: (13) (Ak)(k>=0 & k<(n-m) → C(b;k, b;(k+1))) ved hjelp av definisjonen av relasjonen dC. Nå kan man vise:

(14) (Ak)(k>=0 & k<(n-m) →C(b;k,b;(k+1))) → (Ak)(k>0& k<=(n-m) →C(b;0,b;k))

Man ser at fra (13) og (14) følger C(b;0,b;(n-m)). Men b;(n-m)=a;0, derfor har vi C(b;0,a;0). For å gi et fullstendig bevis for satsen er det derfor helt tilstrekkelig å gi et bevis for (14). Anta derfor at (13), dvs. antesedenten i (14), holder. Vi har da åpenbart i det vi setter k=1 at (15) C(b;0,b;1). Vi vil nå bevise:

(16) (Aj)(j>0 & j<(n-m) & C(b;0,b;j) → C(b;0,b;(j+1)))

Anta derfor for vilkårlig j at (17) j>0 & j<(n-m) & C(b;0,b;j). Fra dette og (13) følger så (18) C(b;j,b;(j+1)). Men dette, siste konjunkt i (17) samt transitiviteten til C impliserer C(b;0,b;(j+1))). Dermed har vi vist at (14) holder og følgelig gitt et fullstendig bevis for hjelpesetningen. **QED.**

Bevis for Teorem 6.2.6: Anta A7 holder for alle hendelser x,y,z:

(1) dC(x,y) & dC(z,y) → x=z

Vi ønsker da å vise at A9 holder: C(x,y) & C(z,y) & x≠z → C(x,z)v C(z,x).
Anta derfor (2) C(x,y) & C(x,z) & x≠z for vilkårlige hendelser x,y og z. I lys av A8 må vi studere fire tilfeller:

Tilfelle (i): dC(x,y) & dC(z,y). Siden x≠z er dette tilfelle utelukket siden (1) holder.

Tilfelle (ii): dC(x,y) og det er ikke slik at dC(z,y). Da må det finnes en sekvens a;0,...,a;n der (3) a;0=z og a;n=y & n>1 der vi har (4) dC(a;j,a;(j+1)) for alle j>=0 &j<n. Setter vi b;0=x og b;1=y i det vi setter m=1 kan vi bruke hjelpesetningen vi beviste ovenfor og må da konkludere med at C(a;0,b;0). Siden a;0=z og b;0=x følger da C(z,x). Dette viser at A9 holder i dette tilfelle.

Tilfelle (iii): Man har at det ikke er slik at dC(x,y), men at dC(z,y) holder. Da kan vi resonnere nøyaktig som i forrige tilfelle.

Tilfelle (iv): Det er hverken slik at dC(x,y) eller slik at dC(z,y). Da har vi ved hjelp av (2) og A8 at det sekvenser a;0,...,a;m (m>1) og b;0,...,b;n (n>1) slik at

(5) a;0=x & a;m=y & (Aj)(j<m & j>=0 → dC(a;j,a;(j+1)))

(6) b;0=z & b;n=y & (Aj)(j<n & j>=0 → dC(b;j,b;(j+1)))

Det er nå tre muligheter.

Undertilfelle (i): n=m. Da har vi ved hjelp av hjelpesetningen at a;0=b;0 og derfor at x=z. Men dette strider mot forutsetningen om at z≠x.

Undertilfelle (ii): n>m. Ved hjelp av hjelpesetningen kan vi da konkludere med at C(b;0,a;0) og derfor at C(z,x). I dette tilfelle har vi derfor åpenbart at A9 holder.
Undertilfelle (iii). m>n. Da kan vi ved hjelp av hjelpesetningen konkludere med at C(a,0,b;0) og derfor at C(x,z). Også i dette tilfelle holder A9. Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

§6.3 Deduktiv-nomologiske forklaringer og kausalrelasjonen

I §6 definerte vi teorien TMF;c*. Dette var den teorien man får når språket til TMF;c utvides med predikatet "C;w(h,h')", og man legger til formulene CR1 - CR5 som nye ikke-logiske aksiomer. Uttrykket "C;w(h,h')" forkorter som man husker "hendelsen h er årsak til hendelsen h' i verdenen w",

Innenfor rammen av TMF;c* definerte vi predikatet "Interak(w)" og det tilsvarende utsagnet Interak*. Vi betraktet også formelen "(Ew)(Interak(w) & FAut(w))". Denne formelen uttrykker at det finnes en mulig verden hvor den fysiske virkelighet er ekplanatorisk autonom og hvor det foreligger interaksjon mellom mentale og fysiske hendelser. La oss akkurat her kalle denne påstanden for P. Det kunne være av en viss interesse å om man kunne vise at teorien TMF;c* utvidet med P var konsistent relativt til TMF;c. Vi skal ikke gi noe strengt bevis for dette her. Det må innrømmes at vi ikke i øyeblikket har formulert noe slikt bevis. Det som derimot er hovedsaken i dette avsnittet er å gi bevis for visse resultater som er relatert til denne konsistenspåstanden.

Vi skal innenfor rammen av TMF;c, mer nøyaktig innenfor rammen av språket til denne teori, definere et predikat "φ;w(h,h')". Dette uttrykket kan tentativt leses "hendelsen h representerer en mulig partiell forklaring på hendelsen h' ". Det som da er hovedformålet i dette avsnittet er å gi bevis for den følgende tese:

TESE Anta det finnes hendelser h;1 - h;5 der h;1, h;4 og h;5 er fysiske hendelser , h;2 og h3 er mentale hendelser og der φ;w(h;i, h;(i+1)) om 1 =<i<4. Da finnes det en relasjon C*;w som

(i) oppfyller kravene A2 - A5, A7- A9 som vi betraktet i forbindelse med kausalrelasjonen i en kausalstruktur og som, om vi per definisjon setter:

dC*;w(h,h') ↔. C*;w(h,h') & ¬(Eh")(C*;w(h,h") & C*;w(h",h')),

oppfyller følgende krav for alle h,h':

(ii) dC*;w(h,h') → (EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h)}, β°(h'))

Endelig vil det være tilfelle at

(iii) (Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Fys(h) & Fys(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Fys(h) & Ment(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Ment(h) & Fys(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Ment(h) & Ment(h'))

Man ser, gitt den ganske beskjedene forutsetningen i denne satsen, at det finnes en relasjon som oppfyller grunnsetningene vi har betraktet i forbindelse med årsaksrelasjonen. Dessuten ser man at den relasjonen som nevnes i tesen oppfyller de kravene som stilles til årsaksrelasjonen i betingelsen "Interak(w)". Dette fremgår av punkt (iii).

Ved å endre noe på definisjonen av predikatet "φ;w(h,h')" kan man vise at en helt tilsvarende tese, men der punkt (ii) er forsterket til:

(Ah)(Ah')(C*;w(h,h') → (EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h)}, β°(h')))

Ved ytterligere å modifisere forutsetningene i satsen kan man også vise eksistensen av en relasjon som oppfyller alle de krav som er nevnt, men også andre i tillegg, for eksempel kravet A6 som ble omtalt i §6.1.

Vi skal nå etterhvert definere predikatet "φ;w(h,h')" som vi nevnte ovenfor. Først er det imidlertid hensiktsmessig å definere presist endel begreper som har med tidsområdet til en hendelse å gjøre. Er h en hendelse, ie. et element i Hend, definerte vi tidsområdet til hendelsen, τ(h), ved:

τ(h) = Mg(π;2(π;3(x)): xêh)

Som man husker har vi, om hêHend, at τ(h) er en mengde med tidspunkter. Merk at vi kan vise at man har MHend(h) ↔. hêHend & (Ew)(Real(h,w))[21] Det bør også bemerkes at dersom h er en hendelse som foreligger realisert i verdenen w har man at Td;w(h) = τ(h). Med andre ord kan man vise:

---

[21] Man har at MHend= Mg(h: (Ew)(Et)(wêI & têT & Ev(h,t,w)). Det er da lett å vise at MHend = Mg(h : hêHend & (Ew)(wêI & Real(h,w)). Inklusjonen mot høyre er triviell i lys av definisjonen av Ev(h,t,w). Har man på den annen side, for vilkårlig h, at hêHend &(Ew)(wêI &Real(h,w) følger det at

hêHend & Real(h,w) → Td;w(h) = τ(h)

Tidsområdet til en mulig hendelse er altså en mengde med tidspunkter. En mengde med tidspunkter, X, kan være nedentil begrenset. Dette innebærer at det finnes et tidspunkt t' slik at alle tidspunktene i X kommer etter t'. Tilsvarende kan en mengde med tidspunkter, X, være oventil begrenset. Det er den om det finnes et tidspunkt t slik at alle elementene i X kommer før t. En mengde med tidspunkter er begrenset om den har en nedre og en øvre grense. Enhver slik begrenset mengde med tidspunkter vil, siden vi antar at mengden av tidspunkter er isomorf med mengden av de reelle tall, alltid ha en minste øvre grense og en størst nedre grense. Den største nedre grensen til en begrenset mengde med tidspunkter X betegner vi med glb(X). Den minste øvre grensen til X betegner vi med lub(X). Anta nå at X,Y er to ikke-tomme begrensede mengder med tidspunkter. Da definerer vi X << Y ved å sette:

Definisjon 6.3.1 X <<Y ↔ glb(X) < glb(Y) & lub(X) < lub(Y)

Man ser altså at X<<Y hvis og bare hvis den største nedre grensen til X kommer før den største nedre grensen til Y og den minste øvre grensen til X kommer før den minste øvre grensen til Y. Dette utelukker selvfølgelig ikke at de to tidspunktmengdene kan overlappe. Har man at X << Y sier vi at tidsområdet X kommer før tidsområdet Y.

Vi har naturligvis alltid, om X er en ikke-tom begrenset mengde med tidspunkter, at glb(X) <=lub(X). glb(X) og lub(X) vil falle sammen om X={t} for noe t.

Mengden av alle de elementer i Hend som er logisk mulige, og der tidsområdet er oventil og nedentil begrenset, skal vi betegne med MHend*.

Etter disse forberedelsene kan vi nå gi den presise definisjonen av predikatet "φ;w(h,h')" som vi har hatt i tankene ovenfor:

Definisjon 6.3.2 φ;w(h,h') ↔. h,h'êMHend* & (EΔ)(DNF;w(ΔUβ°(h), β°(h')) &
Td;w(h) << Td;w(h')).

Det er ikke helt enkelt å finne noen naturlig lesemåte av predikatet "φ(h,h')". Vi skal imidlertid tillate oss å lese det "Hendelsen h representerer en mulig partiell forklaring på hendelsen h i verdenen w". Vi definerer Pre;w(h) som mengden av alle de mulige hendelser h', med begrenset tidsområde, der vi har at h' representerer en mulig partiell forklaring på hendelsen h. Man ser fra denne definisjonen at dersom h'êPre;w(h) kommer tidsområdet til h' før tidsområdet til h.

Definisjon 6.3.3 Pre;w(h) = Mg(h': h', hêMHend* &
(EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h')}, β°(h))) &
Td;w(h') << Td;w(h))

Det er nå mulig å gi bevis for det følgende teorem:

---

hêHend & Real(h,w) for noe wêI. Nå må τ(h) nødvendigvis være ikke-tom i lys av definisjonen av Hend og τ. Man kan derfor slutte at hêHend & Real(h,w)& têτ(h) for noe t. Det følger da at Ev(h,t,w) og derfor at hêMHend. Man bør også bemerke at vi i lys av dette og Teorem 3.1.3 har, dersom hêMHend, at β°(h) = μ;-1(Mg(w: wêI & Real(h,w)).

Teorem 6.3.1: Anta (i) Func(ξ;w) & Dom(ξ;w) = Mg(h: hêMHend* & Pre;w(h)≠ø). Anta videre at (ii) (Ah)(hêDom(ξ;w) → ξ;w(h)êPre;w(h))
Definer en relasjon Dc;w ved å sette:
(iii) Dc;w = Mg(<h,h'>: h,h'êMHend* & h = ξ;w(h'))
Anta tilslutt (iv) at C*;w er den minste transitive relasjonen over MHend* som inneholder Dc;w. Da har man at C*;w oppfyller de følgende krav:
(a) Dc;w(h,h') → C*;w(h,h')
(b) C*;w(h,h') & C*;w(h',h") → C*;w(h,h")
(c) C*;w(h,h') → h,h'êMHend*
(d) Dc;w(h',h) & Dc;w(h",h) → h'=h"
(e) C*;w(h,h') ↔ Dc;w(h,h') v
(En)(Ef)(nêN & Func(f) & Dom(f)=n+1 & n>1 &
Rgn(f) Inkl MHend* & f(0)=h & f(n)=h' &
(Aj)(0=<j<n → Dc;w(f(j), f(j+1))))
(f) hêMHend* → ¬C*;w(h,h)
(g) C*;w(h,h') → ¬C*;w(h',h)
(h) Dc;w(h,h') ↔. C*;w(h,h') & ¬(Eh")(C*;w(h,h") & C*;w(h",h'))
(i) Dc;w(h,h') → (EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h)}, β°(h')))

Før vi gir bevis for denne satsen skal vi først formulere og bevise to hjelpesetninger.

Lemma 6.3.1: Anta forutsetningene i Teorem 6.3.1 holder. Anta n>=2 og wêI. Anta x;1,.....,x;nêMHend* og at
Konj/i,1,n-1/(Dc(x;i,x;(i+1))). Da har man:
(Aj)(1=<j <n → Td;w(x;j) << Td;w(x;n))

Bevis: Dette vises ved induksjon på n. *Basistrinn*: n=2. Da har vi Dc;w(x;1,x;2). Fra definisjonen av DC;w følger da at x;1=ξ;w(x2). Det følger fra forutsetningene i satsen at x;1=ξ;w(x;2)êPre;w(x;2) og derfor at Td;w(x;1) << Td;w(x;2) i lys av definisjonen av Pre. Induksjonstrinn: Anta påstanden holder for n>=2. Anta n>=2 og at
(1) x;1,.....,x;(n+1)êMHend* & Konj/i,1,n/(Dc;w(x;i,x;(i+1)))
Da har vi (2) Dc;w(x;n,x;(n+1) og derfor ved hjelp av definisjonene av Dc og Pre at
(3) Td;w(x;n) << Td;w(x;(n+1)). Ved hjelp av induksjonshypotesen følger:
(4) (Aj)(1=<j<n → Td;w(x;j) << Td(x;n)) Fra (3) og (4) følger imidlertid:
(5) (Aj)(1=<j <n+1 → Td;w(x;j) << Td;w(x;(n+1)). Dette viser at påstanden holder for n+1 om den holder for n>=2. **QED**.

Lemma 6.3.2: Anta forutsetningene i Teorem 6.3.1 holder. Anta n>=2 og wêI. Anta x;1,.....,x;nêMHend* og at
Konj/i,1,n-1/(Dc(x;i,x;(i+1))). Da har man:
(Aj)(1=<j <n → x;j≠ x;n)

Bevis: Dette følger ved hjelp av den foregående hjelpesetningen. Fra forutsetningene og Lemma 6.3.1 har man: (1) (Aj)(1=<j <n → Td;w(x;j) << Td;w(x;n)). Anta nå for reduktio at det finnes i der 1=<i <n & x;i=x;n. Fra dette og (1) følger Td;w(x;i)<< Td;w(x;n), og derfor: Td;w(x;n) <<Td;w(x;n). Dette er åpenbart absurd i lys av definisjonen av relasjonen <<. **QED**.

Vi kan nå gå videre med beviset for Teorem 6.3.1.

Bevis for Teorem 6.3.1: *Ad (a)*: Siden C*;w er den minste transitive relasjonen som inneholder Dc;w har vi: (1) C*;w = SN(Mg(R: R Inkl MHend*^2 & Dc;w Inkl R & Tr(R)) hvor uttrykket "Tr(R)" brukes som forkortelse for :

(2) (Ax)(Ay)(Az)(<x,y>êR & <y,z>êR → <x,z>êR)

Med andre ord innebærer Tr(R) at R er en transitiv relasjon. Anta nå at (3) Dc;w(x,y). Vi må vise C*;w(x,y). Med andre ord må vi vise at

(4) (AR)(R Inkl MHend*^2 & Dc;w Inkl R & Tr(R) → <x,y>êR)

Anta for vilkårlig R at (5) R Inkl MHend*^2 & Dc;w Inkl R & Tr(R) Fra (3) og den andre konjunkten i (5) følger: <x,y>êR. Siden R var vilkårlig har vi altså at (4) holder, med andre ord at C*;w(x,y). Dette viser at punkt (a) holder.

Ad (b): Siden C*;w er den minste transitive relasjonen som inneholder Dc;w har vi: (1) C*;w = SN(Mg(R: R Inkl MHend*^2 & Dc;w Inkl R & Tr(R)) hvor uttrykket "Tr(R)" brukes som forkortelse for :

(2) (Ax)(Ay)(Az)(<x,y>êR & <y,z>êR → <x,z>êR)

Med andre ord innebærer Tr(R) at R er en transitiv relasjon. Anta nå

(3) <x,y>êC*;w & <y,z>êC*;w Da følger ved hjelp av (1):
(4.1) (AR)(R Inkl MHend*^2 & Dc;w Inkl R & Tr(R) → <x,y>êR)
(4.2) (AR)(R Inkl MHend*^2 & Dc;w Inkl R & Tr(R) → <y,z>êR)

Anta for vilkårlig R at (5) R Inkl MHend*^2 & Dc;w Inkl R & Tr(R). Fra dette, (4.1) og (4.2) har vi da: <x,y>êR & <y,z>êR. Fra den siste konjunkten i (5) og definisjonen av Tr har vi: (Ax)(Ay)(Az)(<x,y>êR & <y,z>êR → <x,z>êR). Det følger at <x,z>êR. Siden R var en vilkårlig relasjon som oppfylte (5) har vi:

(AR)(R Inkl MHend*^2 & Dc;w Inkl R & Tr(R) → <x,z>êR)

Dette og (1) impliserer: <x,z>êC*;w. Dette viser at punkt (b) holder.

Ad (c): Vi skal vise C*;w(x,y) → x,yêMHend*. Anta C*;(x,y). Da har vi på grunnlag av definisjonen av C*;w:

(1) (AR)(R Inkl MHend*^2 & Dc;w Inkl R & Tr(R) → <x,y>êR)

Nå har vi MHend*^2 Inkl MHend*^2. Videre: Dc;w Inkl MHend*^2 og dessuten Tr(MHend*^2). Det følger ved hjelp av (1) at <x,y>ê MHend*^2 og derfor selvfølgelig x,yê MHend*. Dette viser at punkt (c) holder.

Ad (d): Anta Dc;w(x,z) & Dc;w(y,z). Fra definisjonen av Dc;w har vi da x,y,zêMHend* og x= ξ;w(z) & y= ξ;w(z). Herav følger åpenbart x=y.

Ad (e): (**I**) Vi skal først vise at kondisjonalen mot venstre i punkt (e) holder. Anta Dc;w(h,h'). Da følger C*;w(h,h') ved hjelp av punkt (a). La oss forkorte betingelsen:

(2) (Ef)(nêN & Func(f) & Dom(f)=n+1 & n>1 &
Rgn(f) Inkl MHend* & f(0)=h & f(n)=h' &
(Aj)(0=<j<n → Dc;w(f(j), f(j+1))))

med "Bet(n,h,h')". Vi ønsker å vise at

(+) (An)(nêN & Bet(n,h,h') → C*;w(h,h'))

Siden vi åpenbart har ¬Bet(n,h,h') for n=0,1 holder (+) i disse tilfellene.

La oss vise at (+) holder om n=2. Anta Bet(2,h,h'). Da må det i lys av (2) finnes en funksjon f der vi har:

Func(f) & Dom(f)=3 & 3>1 & Rgn(f) Inkl MHend* og hvor vi videre har:

(3) Dc;w(f(0), f(1)) & Dc;w(f(1), f(2)) og (4) f(0)=h & f(2)=h'. Fra (3) og det forhold

som vi viste under (a), nemlig at Dc;w Inkl C*;w følger
<f(0),f(1)>êC*;w & <f(1),f(2)>êC*,w. Ved hjelp av punkt (b) følger da <f(0),f(2)>êC*;w dvs. <h,h'>êC*;w. (+) holder altså om n=2.

Anta nå at (+) holder for n der n>=2. Vi skal vise at den da holder for n+1. Anta derfor Bet(n+1,h,h'). Da har vi at det finnes g der:

(5) nêN & Func(g) & Dom(f)=n+2 & n+1>1 &
Rgn(g) Inkl MHend* & g(0)=h & g(n+1)=h' &
(Aj)(0=<j<n+1 → Dc;w(g(j), g(j+1)))

Vi kan nå definere f ved å sette f= Rest(g, n+1). Man ser da meget lett at f oppfyller de kravene som stilles til den f som er omtalt i (2). Vi har derfor Bet(n,h,h') og derfor etter induksjonshypotesen at (6) C*;w(h,f(h)). Videre har vi f(n)=g(n). Fra den siste komponenten i (5) følger (7) Dc;w(g(n), g(n+1)). Siden f(n)=g(n) har vi derfor i lys av (6):

(8) C*;w(h,g(n)) & Dc;w(g(n), g(n+1)). Fra den siste konjunkten her følger ved hjelp av punkt (a) at C*;w(g(n),h'). Fra dette, (8) og punkt (b) følger så C*;w(h,h'). Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for (+). Fra (+) følger

(En)(Bet(n,h,h')) → C*;w(h,h'). Men dette innebærer at hvis den siste disjunkten i høyre side i punkt (e) holder har vi at C*;w(h,h'). Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for kondisjonalen mot venstre i punkt (e).

(**II**) Det er selvfølgelig nødvendig at man også beviser kondisjonalen mot venstre i punkt (e). Dette gjøres ved induksjon på C*;w. Dette innebærer at vi viser at satsen holder om Dc;w(h,h') og at dersom den holder for C*;w(x,y) og C*;w(y,z) så holder den også for C*;w(x,z).

Basistrinn: Vi må vise at høyre side i punkt (e) holder om Dc;w(h,h'). Dette er åpenbart helt trivielt.

Induksjonstrinn: La oss forkorte høyre side i punkt (e) med H(h,h'). Det er da tilstrekkelig å vise om x,y,zêMHend* at følgende holder:

(+) H(x,y) & H(y,z) → H(x,z)

Anta derfor for vilkårlige x,y z at (9) H(x,y) & H(y,z). Siden H(x,y) er en disjunksjon av to påstander er det naturlige å skille mellom fire mulige tilfelle:

Tilfelle 1: Man har (10) Dc;w(x,y) og det finnes f ,n der følgende holder:

(11) nêN & Func(f) & Dom(f)=n+1 & n>1 &
Rgn(f) Inkl MHend* & f(0)=y & f(n)=z &
(Aj)(0=<j<n → Dc;w(f(j), f(j+1)))

Vi definerer da en funksjon g der domenet er n+2 ved å sette:

(12) g(0) = x & g(j) = f(j-1) om 0 <j =< n+1

Man ser da lett ved hjelp av (10) og (11) at man har:

Func(g) & Dom(g)=n+2 & n+1>1 &
Rgn(f) Inkl MHend* & g(0)=x & g(n+1)=z &
(Aj)(0=<j<n+1 → Dc;w(g(j), g(j+1)))

Det følger da at H(x,z) som er det vi ønsker.

Tilfelle 2: Dc;w(x,y) & Dc;w(y,z). Vi definerer da f ved

(13) f= {<0,x>,<1,y>,<2,z>}. Da har vi Func(f) & Dom(f)=3 & Rgn(f) Inkl MHend*
Dessuten f(0)=x & f(3)=z & (Aj)(0=<j<3→ Dc;w(f(j),f(j+1)). Det følger at H(x,z).

Tilfelle 3: Det finnes f,n slik at

(14) nêN & Func(f) & Dom(f)=n+1 & n>1 &
Rgn(f) Inkl MHend* & f(0)=x & f(n)=y &
(Aj)(0=<j<n → Dc;w(f(j), f(j+1)))

og vi har at (15) DC;w(y,z). Vi definerer da en funksjon g ved å sette:

(16) g(j) =f(j) om 0=<j =<n
(17) g(j) = z om j=n+1

Da har vi naturligvis at
Func(g) & Dom(g)=n+2 & n+1>1 &
Rgn(f) Inkl MHend* & g(0)=x & g(n+1)=z &
(Aj)(0=<j<n+1 → Dc;w(g(j), g(j+1)))
som man lett konstaterer. Det følger at H(x,z).

Tilfelle 4: Det finnes f,n slik at
(18) nêN & Func(f) & Dom(f)=n+1 & n>1 &
Rgn(f) Inkl MHend* & f(0)=x & f(n)=y &
(Aj)(0=<j<n → Dc;w(f(j), f(j+1)))
og det finnes g,m slik at
(19) mêN & Func(g) & Dom(g)=m+1 & m>1 &
Rgn(g) Inkl MHend* & g(0)=y & g(m)=z &
(Aj)(0=<j<m → Dc;w(f(j), f(j+1)))
Da kan vi definere en funksjon h med domene lik m+n+1 ved å sette:
(20.1) h(k)=f(k) om k >=0 og k =<n
(20.1) h(k)= g(k-n)) om n=<k =<m
Dette er veldefinert fordi man jo har f(n)=g(0)=y .Man ser videre at Dom(h) ={0,1,.......,n+m}=n+m+1. På grunnlag av (18) og (19) er det lett å se at vi må ha
m+nêN & Func(h) & Dom(h)=m+n+1 & m+n>1 &
Rgn(h) Inkl MHend* & h(0)=x & h(n+m)=z &
(Aj)(0=<j<n+m → Dc;w(f(j), f(j+1)))
Det følger fra dette at H(x,z). Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for at punkt (e) holder.

Ad (f): Vi må vise at xêMHend* → ¬C*;w(x,x). Anta derfor (1) hêMHend*. Anta for reduktio ad absurdum at (2) C*;w(x,x). Ved hjelp punkt (e) kan vi nå skille mellom to tilfelle:

Tilfelle 1: Dc;w(x,x). Da følger at x=ξ;w(x) og derfor ved hjelp av definisjonene av Pre og ξ;w at Td;w(ξ;w(x)) << Td;w(x). Men da Td;w(x)<< Td;w(x), noe som åpenbart er umulig.

Tilfelle 2: Det finnes n,f slik at:
(3) nêN & Func(f) & Dom(f)=n+1 & n>1 &
Rgn(f) Inkl MHend* & f(0)=x & f(n)=x&
(Aj)(0=<j<n → Dc;w(f(j), f(j+1)))
Fra dette og Lemma 2 følger x≠x som naturligvis er absurd.

I begge tilfellene kan man utlede en motsigelse. Det følger at ¬C*;w(x,x). Dette viser at punkt (f) holder.

Ad (g): Anta for reduktio at C*;w(x,y) & C*(y,x). Siden C*;w er transitiv ifølge punkt (b) har vi da C*;w(x,x). Siden C*;w(x,x) impliserer at xêMHend* følger at vi har xêMHend*& C*;w(x,x). Men det strider åpenbart mot det vi viste under punkt (f).

Ad (h): Vi skal vise at:
(+) Dc;w(h,h') ↔. C*;w(h,h') & ¬(Eh'')(C*;w(h,h'') & C*;w(h'',h'))

(**I**) Vi tar først for oss kondisjonalen mot høyre: Anta (1) Dc;w(h,h'). Da følger ved hjelp av punkt (a) at C*;w(h,h'). Anta for reduktio ad absurdum at (2) C*;w(h,z) & C*;w(z,h') for noe z. I lys av det vi viste under punkt (e) må det da finnes en sekvens av elementer x;0, ..., x;n i MHend* der vi har x;0=h og x;n=h', og hvor z=x;j for noe j der 1=<j <n, og hvor vi dessuten har (3) Konj/i,0,n-1/(Dc;w(x;i,x;(i+1))) og at n>1. Betrakt x;(n-1). Det følger da ved hjelp av Lemma 2 at x;i ≠x;(n-1) for alle i der 0=<i<n-1. Dette innebærer at

(4) x;(n-1)≠ x0. Siden x0=h og x;n = h' har vi fra (1) at
(5) Dc;w(x0,x;n).
Videre har vi fra (3) at (6) Dc;w(x;(n-1),x;n). Men fra (5) og (6) følger ved hjelp av punkt (d) at x0=x;(n-1). Dette strider åpenbart mot (4). Dette viser at kondisjonalen mot høre i (+) holder.

(**II**) Vi viser så kondisjonalen mot venstre. Anta
(1) C*;w(h,h') & ¬(Eh")(C*;w(h,h") & C*;w(h",h')) og anta for reduktio ad absurdum at
(2) ¬ Dc;w(h,h'). Fra (1) og (2) følger ved hjelp av punkt (e) at det finnes elementer x;0,......,x;n i MHend* der n>=2, hvor x;0=h & x;n=h' og hvor Dc;w(x;i,x;(i+1) for i der 0=<i<n. Siden n>=2 har vi at Dc;w(x;0,x;1) & Konj/i,1,n-1/(Dc;w(x;i,x;(i+1)). Fra dette og punkt (e) følger at vi må ha C*;w(h,x;1) & C*;w(x;1,h') siden x;0=h og x;n=h'. Dette strider åpenbart mot (1). Dette viser at punkt (h) holder.

Ad (i): Anta Dc;w(h,h'). Da har vi per definisjon h,h'êMHend* & h= ξ;w(h'). Da har vi h'êDom(ξ;w) og derfor ifølge forutsetningene i satsen at ξ;w(h')êPre;w(h'). Det følger altså, siden h=ξ;w(h') at hêPre;w(h'). Fra dette og definisjonen av Pre følger direkte (EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h)}, β°(h')))

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Vi skal nå gi et bevis for den tesen vi nevnte innledningsvis i denne paragrafen. I denne sammenheng skal vi benytte oss av den følgende enkle mengdeteoretiske sats:

Lemma 6.3.3: Anta x,y er ikke-tomme mengder og at f: x→ (Pt(y)- {ø}). Da finnes det en funksjon g der g: x→ y og hvor vi har (Az)(zêx → g(z)êf(z))

Selve tesen er det følgende teorem, som vi tillater oss å føre opp på nytt her.

Teorem 6.3.2 *(Hovedresultat I)* Anta wêI. Anta det finnes hendelser h;1 - h;5 der h;1, h;4 og h;5 er fysiske hendelser , h;2 og h3 er mentale hendelser og der φ;w(h;i, h;(i+1)) om 1 =<i<4. Da finnes det en relasjon C*;w som
(i) oppfyller kravene A2 - A5, A7- A9 som vi betraktet i forbindelse med kausalrelasjonen i en kausalstruktur og som, om vi per definisjon setter:
dC*;w(h,h') ↔. C*;w(h,h') & ¬(Eh")(C*;w(h,h") & C*;w(h",h')),
oppfyller følgende krav for alle h,h':
(ii) dC*;w(h,h') → (EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h)}, β°(h'))
Endelig vil det være tilfelle at
(iii) (Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Fys(h) & Fys(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Fys(h) & Ment(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Ment(h) & Fys(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Ment(h) & Ment(h'))

Bevis: Sett per definisjon: (1) X;w = Mg(h: hêMHend* & Pre;w(h)≠ø). Vi definerer så f0 ved å sette: (2) f;0(w) = Mg(<h,Pre;w(h)>: hêX(w)). Siden Pre;w(h) Inkl MHend* om hêMHend* har vi : (3) f;0(w): X;w → Pt(MHend*). Fra dette og Lemma 6.3.3 følger det at det finnes en funksjon g0(w) : X;w → MHend* slik at
(4) (Ah)(hêX;w → g0;w(h) ê f0(w)(h))
Fra forutsetningen i satsen følger:
(5.1) h;1 - h;5 êMHend*
(5.2) h;1- h;5 er innbyrdes distinkte
(5.3) h;2, h;3, h;4,h;5êX;w siden Pre;w(h;i) ≠ø om i=2,3,4,5

Vi definerer nå en funksjon q;w ved å sette:
(6) q;w= {<h;5;h;4>, <h;4;h;3>,<h;3;h;2>,<h;2;h;1>}
Det skulle være opplagt at (6.1) Func(q;w) & Dom(q;w) = {h;5,h;4,h;3, h;2}
Videre er det klart at (6.2) Rgn(q;w) Inkl MHend* i lys av (5.1). Vi har altså:
(6.3) q;w : {h;5,h;4,h;3, h;2} → MHend*
Definer nå ξ;w ved å sette:
(7.1) ξ;(w)(h) = q;w(h) om h=h;2 - h;5
(7.2) ξ;w(h) = g0(w)(h) om h ê(X;w - {h;5,h;4,h;3, h;2})
Man ser lett fra denne definisjonen og (1) -(7) at ξ;w oppfyller følgende krav:
(8.1) Func(ξ;w) & Dom(ξ;w) = Mg(h: hêMHend* & Pre;w(h)≠ø).
(8.2) (Ah)(hêDom(ξ;w) → ξ;w(h)êPre;w(h))
La oss så definere Dc;w slik som i Teorem 6.3.1, og C*;w som den minste transitive relasjonen over MHend* som inneholder Dc;w. Man ser da fra (8.1), (8.2) at punkt (a)- (i) i Teorem 1 holder. Fra punkt (b),(c), (f) og (g) ser man at C*;w oppfyller kravene A2 - A5 som ble nevnt i §6.1. Definerer vi nå dC*;w ved å sette :
(9) dC*;w(h,h') ↔ C*;w(h,h') & ¬(Eh'')(C*;w(h,h'') & C*;w(h'',h'))
for alle h,h'êMHend* følger det fra punkt (h) i Teorem 6.3.1 at (10) Dc;w= dC*;w. Fra dette og punkt (d) følger at dC*;w oppfyller kravet A7 som vi nevnte i §6.1. Videre følger det fra (9), (10) og punkt (e) i Teorem 6.3.1 at C*;w oppfyller kravet A8. Fra det sjette teoremet i §6.1 har vi imidlertid at at A9 kan utledes fra A1-A5, A7 og A8. Det følger at C*;w oppfyller alle de kravene som er nevnt under punkt (i).

Fra punkt (i) i Teorem 6.3.1 har man at Dc;w(h,h') → (EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h)}, β°(h'))). Men siden Dc;w= dC*;w følger:
dC*;w(h,h') → (EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h)}, β°(h')))
Dette viser at det andre punktet i teoremet holder.

Fra definisjonen av ξ;w og definisjonen av Dc;w ser man at vi har
(11.1) Dc;w(h;1,h;2) & Fys(h;1) & Ment(h;2)
(11.2) Dc;w(h;2,h;3) & Ment(h;2) & Ment(h;3)
(11.3) Dc;w(h;3,h;4) & Ment(h;3) & Fys(h;4)
(11.4) Dc;w(h;4,h;5) & Fys(h;4) &Fys(h;5)
Siden vi ved hjelp av Teorem 1 har: Dc;w(h,h') Inkl C*;w(h,h') for alle h,h'êMHend* følger
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Fys(h) & Fys(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Fys(h) & Ment(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Ment(h) & Fys(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Ment(h) & Ment(h'))
fra (11.1) - (11.4). Dette viser at punkt (iii) holder. Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Det er karakteristisk for det teoremet vi har bevist ovenfor at vi bare har vist dC*;(h,h') → (EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h), β°(h'))). Vi har ikke vist at den sterkere påstanden at (+) C*;(h,h') → (EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h), β°(h'))) holder. Dette kan imidlertid neppe vises på grunnlag av de premissene som inngår i teoremet. Dette i sin tur skyldes at selv om relasjonen C*;w som defineres i teoremet er transitiv kan vi likevel ikke slutte at (+) holder fordi vi ikke har noen garanti for at relasjonen φ;w, som opptrer i forutsetningene er transitiv. Grunnen er at om man definerer en relasjon, Q;w(x,y), der x,y er utsagn og w en mulig verden, ved

(#) Q;w(x,y) ↔ (EΔ)(DNF;w(ΔU{x},y) forutsatt x,yêU

eventuelt ved å føye til ytterligere krav i definiens, kan man ikke uten videre vise at denne relasjonen er transitiv. Relasjonen Q;w, som definert ved (#), er i det minste ikke transitiv.

Nå ligger imidlertid saken slik an at dersom vi innfører en relasjon φ°;w som er beslektet med φ kan man faktisk vise et teorem som er helt analogt med Teorem 6.3.2, men der punkt (ii) kan forsterkes til (+). Vi skal nå vise hvordan dette kan gjøres. Først definerer vi relasjonen DNF*;w på følgende måte:

Definisjon 6.3.4 Vi setter DNF*;w(Δ,h',h) hvis og bare hvis

(1) DNF;w(ΔU{β°(h')}, β°(h))
(2) h,h'êMHend*
(3) lub(Td;w(h')) < glb(Td;w(h))
(4) (At)(têT & t=< glb(Td;w(h)) → (Ew')(Hist;<-inf,t>(w,w') & ¬(w' ⊨ μ(β°(h)))))
(5) (At)(têT & t=glb(Td;w(h)) → ΔU{β°(h')} Inkl U(Hist;<-inf,t>))

La oss i denne forbindelse bemerke at uttrykket "Hist;<-inf,t>(w,w')" betyr at verdenen w er historisk identisk med verdenen w ved alle tidspunkter før tidspunktet t. Uttrykket kan formelt defineres slik:

Definisjon 6.3.5 Hist;<-inf,t>(w,w') ↔ (At')(t'êT & t'<t →
(Ah)(hêHend & τ(h) ={t'} →(Real(h,w) ↔ Real(h,w'))))

Med andre ord har man at to verdener w,w' er historisk identiske opp til tidspunktet t hvis og bare hvis man har for enhvert tidpunkt t' som kommer før t at enhver hendelse hvis tidsområdet utelukkende inneholder t' foreligger realisert i verdenen w hvis og bare den foreligger realisert i verdenen w'. I definisjonen ovenfor er naturligvis Hend definert som tidligere. Det samme gjelder de andre begrepene som er nevnt i definiens.

Vi kan nå definere den relasjonen φ°;w som vi har i tankene. Dette skjer ved den følgende definisjon:

Definisjon 6.3.6: φ°(h,h') ↔. h,h'êMHend* & (EΔ)(DNF*;w(Δ,h,h'))

Den satsen som vi nå ønsker å gi bevis for, og som i mange henseende er analog med Teorem 6.3.2, kan formuleres slik:

Teorem 6.3.3 *(Hovedresultat II)* Anta wêI. Anta det finnes hendelser h;1 - h;4 der h;1 og h;4 er fysiske hendelser , h;2 og h3 er mentale hendelser og der φ;w(h;i, h;(i+1)) om 1 =<i<3. Da finnes det en relasjon C*;w som

(i) oppfyller kravene A2 - A5, A7- A9 som vi betraktet i forbindelse med kausalrelasjonen i en kausalstruktur,

(ii) oppfyller kravet:

C*;w(h,h') → (EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h)}, β°(h')) for alle h,h'êMHend*

Endelig vil det være tilfelle at

(iii) (Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Fys(h) & Fys(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Fys(h) & Ment(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Ment(h) & Fys(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Ment(h) & Ment(h'))

Vi skal gi et bevis for denne påstanden nedenfor. Først er det imidlertid hensiktsmessig å vise det følgende teorem. Ved hjelp av denne satsen kan man lett vise at relasjonen φ°;w er transitiv.

Teorem 6.3.4: DNF*;w(Δ,h',h) & DNF*;w(Δ',h'',h') → DNF*;w(ΔUΔ',h'',h)

Bevis: Anta (1) DNF*;w(Δ,h',h) og (2) DNF*;w(Δ',h'',h') Fra (1) og definisjonen av DNF* følger:

(3.1) DNF;w(ΔU{β°(h')}, β°(h))
(3.2) h,h'êMHend*
(3.3) lub(Td;w(h')) < glb(Td;w(h))
(3.4) (At)(têT & t=< glb(Td;w(h)) → (Ew')(Hist;<-inf,t>(w,w') & ¬(w' ⊨ μ(β°(h)))))
(3.5) (At)(têT & t=glb(Td;w(h)) → ΔU{β°(h')} Inkl U(Hist;<-inf,t>))
Tilsvarende følger fra (2):
(4.1) DNF;w(Δ'U{β°(h'')}, β°(h'))
(4.2) h'',h'êMHend*
(4.3) lub(Td;w(h'')) < glb(Td;w(h'))
(4.4) (At)(têT & t=< glb(Td;w(h')) → (Ew')(Hist;<-inf,t>(w,w') & ¬(w' ⊨ μ(β°(h)))))
(4.5) (At)(têT & t=glb(Td;w(h')) → Δ'U{β°(h'')} Inkl U(Hist;<-inf,t>))
Fra (3.1) følger ved hjelp av definisjonen av DNF:
CImp;w(β°(h), K(SNu(Δ),β°(h'))) & ¬(CImp;w(K(SNu(Δ),β°(h')), β°(h))
Dette innebærer at vi har:
(5) Q(w)Ωμ(K(SNu(Δ),β°(h'))) SInkl Q(w)Ωμ(β°(h))
Tilsvarende følger fra (4.1):
CImp;w(β°(h'), K(SNu(Δ'),β°(h'')) & ¬(CImp;w(K(SNu(Δ'),β°(h''), β°(h'))
Dette innebærer i lys av definisjonen av CImp:
(6) Q(w)Ωμ(K(SNu(Δ'),β°(h''))) SInkl Q(w)Ωμ(β°(h'))
Fra (5) og (6) ser man ganske lett at vi må ha:
(7) Q(w)Ωμ(K(SNu(Δ'), K(SNu(Δ),β°(h'')))) SInkl Q(w)Ωμ(β°(h))
Vi må naturligvis vise:
(+) ¬LK;m(β°(h), ΔUΔ'U{β°(h'')})
Vi skal vise dette nedenfor. Det skulle imidlertid være åpenbart på basis av (3.1)- (3.5) og (4.1) -(4.5) at vi har:
(8.1) ΔUΔ'U{β°(h'')} Inkl U
(8.2) w ⊨ ΔUΔ'U{β°(h'')} & w ⊨ β°(h)
Fra (7), (+), (8.1) og (8.2) følger: (9) DNF;w(ΔUΔ'U{β°(h''), β°(h))
La oss nå per definisjon sette:
(10) t0=glb(Td;w(h)) & t1= glb(Td;w(h').
Siden glb(Td;w(h')) =<lub(Td;w(h')) har vi ved hjelp av (3.3) at
(11) t1 <t0 Fra (10) og (4.5) følger:
(12) Δ'U{β°(h'')} Inkl U(Hist;<-inf,t1>)
Fra (10) og (3.5) følger:
(13) ΔU{β°(h')} Inkl U(Hist;<-inf,t0>) Siden Hist;<-inf,t0> Inkl Hist;<-inf,t1> følger åpenbart, siden det dreier seg om ekvivalensrelasjoner over I, at
(14) U(Hist;<-inf,t1>) Inkl U(Hist;<-inf,t0>) Fra dette, (12) og (13) kan man slutte:
(15) ΔU Δ'U{β°(h'')} Inkl U(Hist;<-inf,t0>)
Fra (10) og (3.4) følger (Ew')(Hist;<-inf,t0>(w,w') & ¬(w' ⊨ μ(β°(h))))). Med andre ord finnes det en verden w0êI der vi har:
(16) Hist;<-inf,t0>(w,w0) & ¬(w0 ⊨ μ(β°(h))))
Nå sier (8.2) at w ⊨ ΔUΔ'U{β°(h'')}. Siden Hist;<-inf,t0>(w,w0), og (15) holder, kan vi

slutte:
(17) w0 ╞ ΔUΔ'U{β°(h")}. Dette og (16) viser at (+) holder. Det gjenstår å vise at kravene (2) -(5) i Definisjon 1 holder. Dette er nødvendig for å vise at DNF*;w(ΔUΔ',h",h). Det skulle være åpenbart at (18) h,h"êMHend* Videre skulle det ikke være vanskelig å se at

(19) lub(Td;w(h")) < glb(Td;w(h))

Vi har jo lub(Td;w(h")) < glb(Td;w(h')) =<lub(Td;w(h')) < glb(Td;w(h)) i lys av (3.3) og (4.3).

Fra (3.4) følger:

(20) (At)(têT & t=< glb(Td;w(h)) → (Ew')(Hist;<-inf,t>(w,w') & ¬(w' ╞ μ(β°(h)))))

Det eneste vi helt tilslutt må vise er at

(21) (At)(têT & t=glb(Td;w(h)) → ΔUΔ'U{β°(h")} Inkl U(Hist;<-inf,t>))

Anta derfor, for vilkårlig t, at têT & t=glb(Td;w(h)). Da følger fra (10) at t=t0. Fra dette og (15) følger ΔU Δ'U{β°(h")} Inkl U(Hist;<-inf,t>). Dette viser at (21) holder.

Sammenfattende har vi i lys av (9), (18), (19), (20) og (21) at DNF*;w(ΔUΔ',h",h). Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for påstanden. **QED**.

La oss bemerke følgende. Vi definerte Pre;w(h), der h var et element i MHend*, ovenfor. Denne mengden figurer i Teorem 6.3.1. Man kan imidlertid bevise et teorem som ligner Teorem 6.3.1 om man definerer en mengde som virker beslektet med Pre;w(h). Vi definerer Pre°;w på den følgende måte:

Definisjon 6.3.7: Pre°;w(h) = Mg(h': h'êMHend* & (EΔ)(DNF*(Δ, h',h)))

Gitt den definisjonen vi har gitt av φ°;w(h,h') ovenfor ser man lett at

Pre°;w(h)= Mg(h': φ°;w(h',h))

Man ser for øvrig at denne definisjonen av Pre°;w(h) , i det minste på overflaten, er litt enklere enn den vi ga av Pre;w(h).

Saken er nå den at vi nå kan bevise den følgende sats som er helt analog med den satsen vi tidligere ga bevis for, nemlig Teorem 6.3.1:

Teorem 6.3.5: Anta (i) Func(ξ;w) & Dom(ξ;w) = Mg(h: hêMHend* & Pre°;w(h)≠ø). Anta videre at (ii) (Ah)(hêDom(ξ;w) → ξ;w(h)êPre°;w(h))

Definer en relasjon Dc;w ved å sette:

(iii) Dc;w = Mg(<h,h'>: h,h'êMHend* & h = ξ;w(h'))

Anta tilslutt (iv) at C*;w er den minste transitive relasjonen over MHend* som inneholder Dc;w. Da har man at C*;w oppfyller de følgende krav:

(a) Dc;w(h,h') → C*;w(h,h')
(b) C*;w(h,h') & C*;w(h',h") → C*;w(h,h")
(c) C*;w(h,h') → h,h'êMHend*
(d) Dc;w(h',h) & Dc;w(h",h) → h'=h"
(e) C*;w(h,h') ↔ Dc;w(h,h') v
(En)(Ef)(nêN & Func(f) & Dom(f)=n+1 & n>1 &
Rgn(f) Inkl MHend* & f(0)=h & f(n)=h' &
(Aj)(0=<j<n → Dc;w(f(j), f(j+1))))
(f) hêMHend* → ¬C*;w(h,h)
(g) C*;w(h,h') → ¬C*;w(h',h)
(h) Dc;w(h,h') ↔. C*;w(h,h') & ¬(Eh")(C*;w(h,h") & C*;w(h",h'))
(i) C*;w(h,h') → (EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h)}, β°(h')))

Beviset er i hovedtrekkene helt likt med det for Teorem 6.3.1. Noen endringer må gjøres i de enkelte punktene fordi vi her arbeider med Pre° og ikke Pre. Dessuten må vi nå gi et bevis for punkt (i). Dette kan man lett gjøre ved hjelp av foregående teorem, Teorem 6.3.4.

La oss nå gi vårt bevis for Teorem 6.3.3.

Bevis for Teorem 6.3.3: Som i beviset for Teorem 6.3.2 sett per definisjon:
(1) X;w = Mg(h: hêMHend* & Pre°;w(h)≠ø). Vi definerer så f0 ved å sette:
(2) f;0(w) = Mg(<h,Pre°;w(h)>: hêX(w)). Siden Pre°;w(h) Inkl MHend* om hêMHend* har vi : (3) f;0(w): X;w → Pt(MHend*). Fra dette og Lemma 6.3.3 følger det at det finnes en funksjon g0(w) : X;w → MHend* slik at
(4) (Ah)(hêX;w → g0;w(h) ê f0(w)(h))
Fra forutsetningen i satsen følger:
(5.1) h;1 - h;4 êMHend*
(5.2) h;1- h;4 er innbyrdes distinkte
(5.3) h;2, h;3, h;4 êX;w siden Pre°;w(h;i) ≠ø om i=2,3,4,5
Vi definerer nå en funksjon q;w ved å sette:
(6) q;w= {<h;4;h;3>,<h;3;h;2>,<h;2;h;1>}
Det skulle være opplagt at (6.1) Func(q;w) & Dom(q;w) = {h;4,h;3, h;2}
Videre er det klart at (6.2) Rgn(q;w) Inkl MHend* i lys av (5.1). Vi har altså:
(6.3) q;w : {h;4,h;3, h;2} → MHend*
Definer nå ξ;w ved å sette:
(7.1) ξ;(w)(h) = q;w(h) om h=h;2 - h;4
(7.2) ξ;w(h) = g0(w)(h) om h ê(X;w - {h;4,h;3, h;2})
Man ser lett fra denne definisjonen og (1) -(7) at ξ;w oppfyller følgende krav:
(8.1) Func(ξ;w) & Dom(ξ;w) = Mg(h: hêMHend* & Pre°;w(h)≠ø).
(8.2) (Ah)(hêDom(ξ;w) → ξ;w(h)êPre°;w(h))
La oss så definere Dc;w slik som i Teorem 6.3.1, og C*;w som den minste transitive relasjonen over MHend* som inneholder Dc;w. Man ser da fra (8.1), (8.2) at punkt (a)- (i) i Teorem 6.3.5 holder. Fra punkt (b),(c), (f) og (g) ser man at C*;w oppfyller kravene A2 - A5 som ble nevnt i §6.1. Definerer vi nå dC*;w ved å sette :
(9) dC*;w(h,h') ↔ C*;w(h,h') & ¬(Eh")(C*;w(h,h") & C*;w(h",h'))
for alle h,h'êMHend* følger det fra punkt (h) i Teorem 1 at (10) Dc;w= dC*;w. Fra dette og punkt (d) følger at dC*;w oppfyller kravet A7 som vi nevnte i §6.1. Videre følger det fra (9), (10) og punkt (e) i Teorem 6.3.5 at C*;w oppfyller kravet A8. Fra det sjette teoremet i §6.1 har vi imidlertid at at A9 kan utledes fra A1-A5, A7 og A8. Det følger at C*;w oppfyller alle de kravene som er nevnt under punkt (i).

Fra punkt (i) i Teorem 6.3.5 har man at C*;w(h,h') → (EΔ)(DNF;w(ΔU{β°(h)}, β°(h'))).
Dette viser at det andre punktet i teoremet holder.

Fra definisjonen av ξ;w og definisjonen av Dc;w ser man at vi har
(11.1) Dc;w(h;1,h;2) & Fys(h;1) & Ment(h;2)
(11.2) Dc;w(h;2,h;3) & Ment(h;2) & Ment(h;3)
(11.3) Dc;w(h;3,h;4) & Ment(h;3) & Fys(h;4)
Siden vi ved hjelp av Teorem 5 har: Dc;w(h,h') Inkl C*;w(h,h') for alle h,h'êMHend* og C*;w er transitiv følger
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Fys(h) & Fys(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Fys(h) & Ment(h')) &
(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Ment(h) & Fys(h')) &

(Eh)(Eh')(C*;w(h,h') & Ment(h) & Ment(h'))

fra (11.1) - (11.4). Dette viser at punkt (iii) holder. Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

§7 Oppsummering og avslutning.

På dette punkt kan det være på sin plass å stanse opp og danne seg en oversikt over de standpunkter som har blitt presentert i dette skrift. Det kan også være berettiget å peke på endel sammenhenger som vi ikke tidligere har betont.

Som man husker avgrenset vi i den andre delen av dette arbeidet tre utsagnsmengder, nemlig U(EFys), U(EMen) og U(EInt). Dette er henholdsvis mengden av fysiske, mentale og intensjonale utsagn. Innenfor hver av disse utsagnsmengdene betraktet vi så de kontingente utsagnene. Vi avgrenset derfor U;k(EFys), mengden av de kontingente fysiske utsagn, U;k(EMen), mengden av de kontingente mentale utsagnene, og endelig, U;k(EInt), som er mengden av de kontingente intensjonale utsagnene. La oss begrense oss til forholdet mellom to av disse mengdene, U;k(EFys) og U;k(EMen). Siden begge disse mengdene er ikke-tomme var det som man husker nøyaktig fem muligheter når det gjelder forholdet mellom dem. De kontingente mentale utsagnene kan være en ekte delmengde av de kontingente fysiske utsagnene, de kontingente fysiske utsagnene kan være en ekte delmengde av de kontingente mentale utsagnene, de to utsagnsmengdene kan være identiske, de to utsagnsmengdene kan overlappe og endelig er den muligheten tilstede at utsagnsmengdene er disjunkte, det vil si ikke har noen felles medlemmer. En viktig del av vårt arbeid i Del II besto i å karakterisere disse fem mulighetene nærmere. I denne forbindelse beviste vi en lang rekke satser.

Man kan naturlig nok spørre om hvilke av disse fem mulighetene, som åpenbart utelukker hverandre, som faktisk foreligger. I den rekkefølgen vi har nevnt dem ovenfor virker den andre, tredje og fjerde muligheten ganske søkte. Den andre muligheten representerer en form for reduksjonistisk fenomenalisme, som vel kanskje kan virke plausibel for personer med en sterkt idealistisk legning, men som neppe av den grunn kan regnes som akseptabel. I våre øyne virker den ytterst uplausibel. Det samme gjelder den tredje muligheten. Når det gjelder den fjerde muligheten, nemlig at U;k(EFys) og U;k(EMen) overlapper hverandre, gjorde vi tidligere rede for visse betenkeligheter. De tilsynelatende mest seriøse av disse fem alternativene er derfor, såvidt vi kan se, det første og det siste alternativet. Med andre ord det alternativ at mengden av de kontingente mentale utsagnene er en ekte delmengde av de kontingente fysiske utsagnene og det alternativ at disse to mengdene er disjunkte. Den første av disse resterende mulighetene er det vi har omtalt som den sterke logiske superveniens tesen.[22] Man kunne også omtale denne påstanden som tesen om at det mentale logisk sett er supervenient i forhold til det fysiske.[23] Det andre alternativet kunne man kalle tesen om logisk irredusibilitet mellom det mentale og det fysiske.

---

[22] Man kan si at denne sterke supervenienstesen representerer en form for reduksjonistisk fysikalisme i og med at den impliserer at alle de mentale utsagn utgjør en delmengde av de fysiske utsagn. Sett i et slikt perspektiv blir altså de fysiske utsagn de grunnleggende. Imidlertid dreier det seg om en nokså svak form for reduksjonisme. Det er en teori som har liten likhet med det forbilde for reduksjon som man har i for eksempel reduksjonen av den klassiske teori om de reelle tall til mengdelære. I dette tilfellet har man med to på forhånd veldefinerte teorier å gjøre. Dette innebærer at man for begge teorienes vedkommende kan spesifisere presist språkene de er formulert innenfor. Videre kan man angi for hver teori hvilke aksiomer som inngår i teorien og hvilke slutningsregler som kan brukes ved utledningen av teoremer. Selve reduksjonen består så i at man gir definisjoner i rent mengdeteoretiske termer av de primitive predikatene i teorien om reelle tallene. Ved hjelp av disse definisjonene kan man så effektivt oversette enhver setning i språket til teorien om de reelle tall til en setning i mengdelæren. Dernest kan man vise at alle de setningene i språket til teorien om de reelle tall som er teoremer i denne teori oversettes til setninger som er teoremer i mengdelæren. Svært lite av dette synes å være tilfelle når man betrakter forholdet mellom det mentale og det fysiske. For det første synes man ikke å ha noe veldefinert språk innenfor hvilket man kan uttrykke alle mulige påstander om mentale forhold. Tilsvarende når det gjelder fysiske forhold. For det andre finnes det ikke noen veldefinert teori om mentale forhold i likhet med

Vi har naturligvis ikke tatt stilling til, hverken i den foreliggende delen eller den forrige delen av dette arbeidet, hvilke av disse to påstandene som er korrekt. Teorien TMF er åpenbart for svak til å kunne avgjøre et slikt spørsmål. Det samme gjelder de utvidelsene av TMF, nemlig TMF;c og TMF;c+, som vi har betraktet ovenfor.

La oss nå se på visse aspekter ved det som har blitt gjort i den foreliggende del av vårt arbeid. Allerede innledningsvis innførte vi predikatet "x er et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w" og utvidet språket til TMF med dette. Ved hjelp av dette predikat definerte vi så mengden av de verdener som er kausalt mulige med hensyn på en gitt verden w, nemlig mengden Q(w). Et utsagn som er sant i enhver verden i Q(w) er kausalt nødvendig relativt til w. Et utsagn som er sant i noen av verdenene i Q(w) er kausalt mulig relativt til w. Endelig er et utsagn som ikke er sant i noen av verdenene i Q(w) kausalt umulig relativt til w.

Domenet til ekvivalensrelasjonen EFys er hele mengden av mulige verdener, altså I. Begrenser vi EFys til Q(w) får man en ny ekvivalensrelasjon. Som man husker betegnet vi denne med EFys(Q(w)). Tilsvarende betegner EMen(Q(w)), ekvivalensrelasjonen EMen med domenet begrenset til Q(w). EFys(Q(w)) vil, siden det nettopp dreier seg om en ekvivalensrelasjon, inndele Q(w) i en mengde med ekvivalensklasser, det vil si i en mengde av mengder der elementene er ikke-tomme, parvis disjunkte og der de samlet uttømmer Q(w). Denne mengden av ekvivalensklasser betegnet vi med EFys(Q(w))*. Tilsvarende betegner EMen(Q(w))* mengden av EMen-ekvivalensklasser over Q(w).

La oss minne om følgende definisjoner som ble gitt i §4.2. Mengden av alle de utsagn der man har at sannhetsmengden er UN(c) for en eller annen mengde c som er med i Pt(EFys(Qw))*) betegnet vi med UF(w). Tilsvarende betegnet vi mengden av alle de utsagn der sannhetsmengden er UN(c) for en eller annen mengde c som er med i Pt(EMen(Q(w))*) med UM(w). Man kan merke seg at det ikke er noe som uten videre tilsier at utsagnene i UF(w) nødvendigvis er fysiske utsagn, ie. elementer i U(EFys). Heller ikke er det noe som tilsier at utsagnene i UM(w) er mentale utsagn i den betydning vi tidligere har innført. Fjerner man det kontradiktoriske utsagnet og det kausalnødvendige utsagnet relativt til w, det vil si k og t;c(w) fra henholdsvis UF(w) og UM(w), får man mengden av de kausalt kontingente utsagn i UF(w), vi betegner denne mengden med UF;k(w) , og mengden av de kausalt kontingente utsagnene i UF(w). Denne siste mengden betegnes med UM;k(w).

Er nå w en mulig verden, og mengdene UF;k(w) og UM;k(w) ikke-tomme, er det som man skjønner fem muligheter når det gjelder forholdet mellom disse to mengdene: UF;k(w) kan være strengt inkludert i UM;k(w) og omvendt, eller de to mengdene kan være identiske, overlappe eller være disjunkte. I enhver verden w hvor disse to mengdene er ikke-tomme vil en, og bare en, av disse fem innbyrdes uforenelige mulighetene foreligge realisert.

La oss bemerke at vi strengt tatt ikke har tatt med predikatet " w er den aktuelle verden" som

---

teorien om de reelle tall. Man kan også stille seg tvilende til om det finnes noen presist avgrenset fysisk teori som man eventuelt kan redusere mentalistiske teorier til. Gitt dette blir det naturligvis problematisk, om ikke umulig, å avgjøre om et sett av definisjoner av endel mentalistiske begreper representerer noen virkelig reduksjon eller ikke.

[23] Det bør nevnes at man, såvidt jeg kan se, kan gå inn for denne tesen, men likevel benekte at mentale entiteter og prosesser er identiske med visse tilsvarende fysiske entiteter og prosesser, uten at man motsier seg selv. Denne supervenienstesen (og tilsvarende teser for det intensjonale) er svakere enn de identitetsteoriene vi betraktet i Del II. Standpunktet er derfor forenelig med den tanke at mentale entiteter ikke kan identifiseres med fysiske entiteter. Er man av den oppfatning at det siste representerer en form for dualisme, er altså den sterke logiske supervenienstesen om forholdet mellom det mentale og det fysiske forenelig med denne form for dualisme.

noe primitivt predikat i hverken TMF eller noen utvidelse av denne teori som har blitt betraktet. La oss nå tenke oss at vi gjør det og at vi antar, noe som virker naturlig, at det finnes en og bare en verden som er den aktuelle verden, det vil si den virkelige verden. Denne verden betegner vi med a;0. Har man da at UF;k(a;0) og UM;k(a;0) er ikke-tomme vil nøyaktig en av de fem mulighetene vi nevnte ovenfor foreligge realisert i den aktuelle verden. Det er naturligvis vanskelig å avgjøre hvilken av disse fem mulighetene som foreligger. Men på samme måte som tilfelle var ved forholdet mellom U(EFys) og U(EMen) er det nærliggende å utelukke tre av disse mulighetene, nemlig den mulighet at UM;k(a;0) og UF;k(a;0) skulle være identiske, den mulighet at UF;k(a;0) skulle være inkludert i UM;k(a;0) og den mulighet at de to mengdene skulle overlappe. Man står da igjen med to muligheter. For det første den mulighet at UM;k(a;0) er strengt inkludert i UF;k(a;0) og for det andre den mulighet at UF;k(a;0) og UM;k(a;0) er disjunkte.

Den første av disse to mulighetene innebærer, som vi viste i §4.2, at ethvert mentalt utsagn som er kausalt kontingent relativt til a;0 er kausalt ekvivalent med et et kausalt kontingent utsagn av rent fysisk art. Videre at det må finnes kausalt kontingente utsagn (relativt til a;0) som ikke er kausalt ekvivalente med noe kausalt kontingent mentalt utsagn. La oss kalle denne påstanden for *den kausale superveniens-tese om forholdet mellom det mentale og det fysiske.* Den andre muligheten, at UF;k(a;0) og UM;k(a;0) er disjunkte, er ifølge det som ble bevist i §4.2 ekvivalent med at ethvert kausalt kontingent fysisk utsagn ikke er kausalt ekvivalent med noe kontingent mentalt utsagn. Denne påstanden skal vi tillate oss å omtale som *den kausale irredusibilitets-tese vedrørende forholdet mellom det mentale og det fysiske.*

Vi har nå spesifisert to par av teser. På den ene siden har vi den logiske supervenienstesen og den rent logiske irredusibilitetstesen vedrørende forholdet mellom det mentale og det fysiske. På den annen side har vi de to kausale variantene som vi nevnte ovenfor. Siden de to førstnevnte teser er uforenelige og de to sistnevnte teser også er det står man ovenfor tre muligheter, siden den logiske superveniens-tesen impliserer den kausale:

(a) Man kan hevde at det mentale er logisk sett supervenient i forhold til det fysiske. I så tilfelle vil det mentale også være kausalt supervenient i forhold til det fysiske.

(b) Man kan hevde at det mentale er strengt logisk irredusibelt i forhold til det fysiske, men ikke desto mindre at det mentale er kausalt supervenient i forhold til det fysiske.

(c) Endelig kan man hevde at det mentale og det fysiske både logisk og kausalt er irredusible i forhold til hverandre.

La oss bemerke det følgende i forbindelse med disse tre standpunktene.

For det første kan det nevnes at de er innbyrdes uforenelige. De representerer derfor vidt forskjellige alternativer. Videre bør det bemerkes at ingen av disse tesene (a) - (c) kan avgjøres innenfor rammen av TMF;c. Dette er naturlig nok siden TMF;c, som seg hør og bør, i bunn og grunn er en temmelig svak teori. I og med at tesene ikke kan avgjøres innenfor rammen av TMF;c er det nærliggende å tro at man skulle kunne gi formelle konsistensbevis for TMF;c utvidet med enten (a), (b) eller (c).[24] Vi skal imidlertid ikke forsøke å gi noen slike bevis her. Det virker dessuten rimelig å hevde at slike bevis, selv om de muligens kan gi en viss informasjon av logisk karakter om TMF;c, neppe vil kunne kaste noe lys over de filosofisk sett interessante sidene ved denne teorien. En mer vesentlig oppgave er snarere å få et dypere innblikk i hva disse utvidelsene av TMF;c impliserer. Selvom utvidelsene formelt sett er konsistente relativt til TMF;c (eller svakere teorier) er det ikke utelukket at noen av dem kan ha uønskede konsekvenser om man betrakter dem innenfor en mer omfattende ramme.[25]

---

[24] I og med at TMF;c inkluderer en variant av ZFC har vi her i tankene relative konsistensresultater av typen "Er TMF;c konsistent er også TMF;c[x] konsistent" der man for "x" kan sette inn enten "(a)", "(b)" eller "(c)". Er T en første-ordensteori (som for eksempel TMF;c) er T[S] teorien man får når T utvides med setningen S som nytt ikke-logisk aksiom.

Det er to andre påstander som det er naturlig å betrakte i forbindelse med tesene (a) - (c). Tesene ble i noen grad diskutert i §4.3. Som man husker sier vi at de kausallovene som gjelder i verdenen w er en konservativ utvidelse av de fysiske kausallovene som gjelder i w[26] hvis og bare hvis man har at ethvert fysisk utsagn som logisk sett kan utledes fra kausallovene som gjelder i w også kan utledes fra de rent fysiske kausallovene som gjelder i w. Vi minner om, dersom w er en mulig verden at CL(w) er mengden av alle de kausallovene som gjelder i w. FCL(w) er mengden av alle de fysiske utsagn som representerer kausallover som gjelder i verdenen w. Man kan derfor si at kausallovene som gjelder i verdenen w er en konservativ utvidelse av de rent fysiske lovene som gjelder i w hvis og bare hvis et fysisk utsagn som er med i konsekvenssystemet til CL(w) alltid er med i konsekvenssystemet til FCL(w). Dette kan formaliseres slik:

(d) (Ay)(yêU(EFys) & yêk(CL(w)) → yêk(FCL(w))

Det kan være hensiktsmessig å ha et navn på de verdenene som oppfyller kravet (d). Vi skal tillate oss å kalle dem for *fysisk-nomologisk konservative* verdener. Det er intet i TMF;c, eller noen av de utvidelsene av denne teori som vi har betraktet, som tilsier at enhver verden nødvendigvis må være en fysisk-nomologisk konservativ verden. Det virker derfor ikke helt uberettiget å anse det utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene som er fysisk-nomologisk konservative for å være et kontingent utsagn.

Man kan spørrre om hvordan tesene (a) - (c) er relatert til (i) den påstand at den aktuelle verden er fysisk-nomologisk konservativ og, på den annen side, (ii) den mer generelle påstand at enhver verden er fysisk-nomologisk konservativ.

Betrakter man tesen (a), altså den påstand at det mentale logisk sett er supervenient i forhold til det fysiske, impliserer denne isolert hverken (i) eller (ii). Men supplerer man den logiske superveniens-tesen med den tilleggspremiss at ethvert utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w er med i U(EFys Ω EMen) kan man forholdsvis lett vise at (ii) holder, med andre ord at enhver verden er fysisk-nomologisk konservativ.[27] Uten denne premissen kan man ikke utlede (ii), men bare et svakere prinsipp som sier at dersom et fysisk utsagn kan utledes fra de kausallover som gjelder i w og som er med i U(EFysΩEMen), kan det også utledes fra de rent fysiske utsagn som representerer kausallover som gjelder i w. Med andre ord, uten den nevnte tilleggspremiss kan man bare utlede at følgende gjelder for alle wêI:

(e) (Ay)(yêU(EFys) & yêk(CL(w)Ω U(EFysΩEMen)) → yêk(FCL(w)))

Påstanden (e) er, som man ser, en påstand som er nær beslektet med (d). Den er imidlertid svakere. Man kunne kalle verdener som oppfyller kravet (e) for fysisk-nomologisk konservative verdener i svakere forstand. Også her kan man ha et inntrykk av at det ikke er noen nødvendighet at enhver verden w oppfyller kravet (e). Synes man det er rimelig at (e) holder for noen mulige verdener, men ikke for andre må man i så tilfelle forkaste den strenge supervenienstesen.

---

[25] Dette spørsmålet vil ikke bli tatt opp til grundigere drøfting her.

[26] Vi tillater oss her en liten unøyaktighet og bruker uttrykket "x er en kausallov som gjelder i w" i stedet for det mer nøyaktige, men lengere uttrykket "x er et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i w". Vi håper naturligvis at det ikke oppstår noen alvorlige misforståelser på grunn av dette.

[27] Se Teorem 4.3.11

Vi har nå sett på hvordan kravet om at en verden w er fysisk-nomologisk konservativ er relatert til den første av tesene vi nevnte ovenfor, nemlig (a). Det kan imidlertid også være av interesse å få frem hvordan dette kravet er relatert til tesen (b) som vi også betraktet. Som man husker innebar denne tesen at det mentale logisk sett er irredusibelt til det fysiske, men ikke desto mindre at det mentale kausalt sett er supervenient relativt til det fysiske i den aktuelle verden. La oss minne om at dersom w er en mulig verden er det mentale kausalt sett spervenient i relasjon til det fysiske i verdenen w hvis og bare hvis

(f) UM;k(w) Inkl UF;k(w).

Hvordan er nå (f) relatert til kravet om at w er en fysisk -nomologisk konservativ verden? Følger det siste fra det første? Som man ser fra det vi tidligere har bevist er dette ikke tilfelle. Man kan tilsynelatende ikke utlede at w er en fysisk-nomologisk konservativ verden, ie. (d), fra (f) selv om man supplerer (f) med en rekke tilleggspremisser. Det eneste vi har greid å vise er at man kan utlede at w er en fysisk-nomologisk konservativ verden om ethvert utsagn som er kausalnødvendig relativt til en verden w er en kausallov som gjelder i verdenen w.[28]

La oss nå vende oss mot den andre av de to hovedtesene vi tok opp i §4.3 og som det er nærliggende å betrakte i forbindelse med påstandene (a) -(c) som vi nevnte ovenfor. Vi definerte i §4.3 hva som mentes med at en utsagnsmengde Δ representerer en deduktiv-nomologisk forklaring i verdenen w på det forhold som beskrives av utsagnet u. Med andre ord definerte vi relasjonen DNF;w(Δ,u) der w er en mulig verden, Δ en mengde med utsagn og u et utsagn[29]. I forbindelse med dette begrep definerte vi også et beslektet begrep nemlig hva som menes med at en utsagnsmengde Δ representerer en rent fysisk forklaring i verdenen w på det saksforhold som beskrives av utsagnet u. Vi definerte altså relasjonen RFF;w(Δ,u) der w er en mulig verden, Δ en mengde med utsagn og u et utsagn.[30] Vi kalte så en verden w for en verden der den fysiske virkelighet er eksplanatorisk autonom hvis og bare hvis man har for ethvert fysisk u at dersom det finnes en utsagnsmengde Δ som gir en deduktiv nomologisk forklaring på u, så finnes det også en utsagnsmengde Δ' der Δ' representerer en en rent fysisk forklaring på u.

Sagt på en litt annen måte kan man sammenfatte ved å si at den fysiske virkelighet i verdenen w er eksplanatorisk autonom hvis og bare hvis ethvert fysisk saksfohold som kan gis en forklaring i w også kan gis en rent fysisk forklaring i w. Dette innebærer ikke at man i en slik verden ikke kan gi ikke-fysiske forklaringer på fysiske forhold, men at slike forklaringer alltid kan erstattes med rent fysiske forklaringer.

Som vi nevnte i forbindelse med fysisk-nomologisk konservative verdener virker det ikke direkte urimelig å hevde at det kan finnes verdener der den fysiske virkelighet ikke er eksplanatorisk autonom. I så tilfelle er det utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de verdener der den fysiske virkelighet er eksplanatorisk autonom et kontingent utsagn. At den aktuelle verden har denne egenskapen kan virke plausibelt, men det ligger i sakens natur at dette i så fall er å regne som en nærmest metafysisk påstand som ikke på noen måte kan avgjøres innenfor rammen av for eksempel TMF;c, eller noen andre av de teorier vi har betraktet.

Prinsippet om at den fysiske virkelighet er eksplanatorisk autonom (i den virkelige verden) er, såvidt vi kan se, et viktig prinsipp. Det innebærer som nevnt at enhver mentalistisk preget forklaring på et fysisk fenomen, for eksempel rent fysiske aspekter ved en persons atferd, i prinsippet alltid kan erstattes med rent fysiske forklaringer. Dette synes i sin tur å innebære at ingen forbindelser av kausal art mellom mentale og fysiske hendelser kan komme i konflikt med de rent fysiske naturlover som gjelder. Man kunne kanskje derfor si at prinsippet representerer en form for "minimal fysikalisme".

---

[28] Se Teorem 4.3.7 i §4.3.
[29] Se Definisjon 4.3.1 i §4.3.
[30] Se Definisjon 4.3.2 i §4.3.

Hvordan er dette prinsippet relatert til tesen om streng logisk superveniens mellom det mentale og det fysiske? Som vi har vist i §4.3[31] har man at dersom U(EMen) Inkl U(EFys) og mengden av utsagn U er identisk med U(EFysΩEMen) så følger det faktisk at enhver verden er eksplanatorisk autonom. Med andre ord har man, gitt at disse premissene er sanne, at FAut* er et nødvendig sant utsagn. Dette kan virke eiendommelig og det taler, såvidt jeg kan se, snarere mot den strenge logiske supervenienstesen enn til fordel for den.

Når det gjelder forholdet mellom prinsippet om den fysiske virkelighets eksplanatoriske autonomitet og tesen om kausal superveniens er dette mer komplisert. Fra det at det mentale er kausalt supervenient i forhold til det fysiske i verdenen w følger det ikke alene at den fysiske virkelighet i w er eksplanatorisk autonom. For å kunne utlede det siste fra det første er det nødvendig å legge til visse premisser. Det vil altså være tilstrekkelig å legge til følgende premisser: For det første at det det finnes utsagn som representerer kausallover som gjelder i w. For det andre må man anta at dersom et utsagn er kausalt ekvivalent i verdenen w med en kausalov som gjelder i w så er utsagnet selv en kausallov som gjelder i w. For det tredje finner vi det nødvendig å anta at mengden av utsagn er identisk med den utsagnsmengden som er bestemt av EFysΩEmen, med andre ord U(EFysΩEMen). Endelig må man forutsette at konjunksjonen av alle de kausallover som gjelder i verdenen w er et fysisk utsagn. Av disse tilleggspremissene er kanskje den andre den som kan virke mest anstøtelig. Imidlertid synes det egentlig ikke som om den har noen konsekvenser som er av virkelig krass karakter.

La oss nå si noen ord om kausalrelasjonen. Uttrykket "Hendelsen h i verdenen w årsak til hendelsen h' " er ikke noe primitivt predikat i TMF;c, men vi har, som man har sett, betraktet den teorien TMF;c* som man får når TMF;c utvides med dette predikat. Årsakspredikatet er naturligvis ikke særlig klart og bemerkelsesverdig vanskelig å definere. Av denne grunn har vi forsøkt å klargjøre visse sider ved begrepet indirekte. I TMF;c+ antar vi at årsaksrelasjonen er transitiv og irrefleksiv. Videre definerte vi hva som menes med at en hendelse er direkte årsak til en annen. Dette er tilfelle hvis og bare hvis det ikke finnes noen mellomliggende årsak. Med andre ord er h direkte årsak til h' dersom h er årsak til h' og det ikke finnes noen hendelse h" som er slik at h er årsak til h" oh h" er årsak til h'. I denne forbindelse betraktet vi den påstand at dersom en hendelse er årsak til en annen finnes det en endelig kjede årsaker som forbinder den første og andre hendelsen og hvor hver hendelse i kjeden, bortsett fra den siste, er direkte årsak til den neste. Vi betraktet også den påstand at to distinkte hendelser ikke kan være direkte årsak til den samme hendelse, med andre ord at en hendelse ikke kan være kausalt overdeterminert. I denne forbindelse viste vi at dette kravet, i nærvær av prinsippet om endelige årsakskjeder, er ekvivalent med den påstand at dersom to distinkte hendelser a og b begge er årsak til en tredje, må enten a være årsak til b eller b være årsak til a.

Siden vi sondret mellom mentale og fysiske hendelser formulerte vi også endel teser som relaterer kausalrelasjonen til disse to hendelsesartene. Av de teser vi betraktet nevner vi først den tese at dersom en fysisk hendelse har en årsak har den alltid en fysisk årsak. Denne tesen er langt svakere enn den andre vi betraktet, nemlig at enhver fysisk hendelse som har en årsak har en fysisk hendelse som direkte årsak. Den sistnevnte tesen viste vi at var ekvivalent med den påstand at dersom en fysisk hendelse er forårsaket av en annen hendelse, må denne andre hendelsen selv være en fysisk hendelse. Dette innebærer at mengden av fysiske hendelser er lukket under relasjonen 'forårsaket av'. Forutsetter man at mengden av fysiske hendelser og mengden av mentale hendelser er disjunkte impliserer dette at ingen mentale hendelser kan forårsake fysiske hendelser. Dette i sin tur har som følge at det ikke kan finnes verdener der det er interaksjon mellom det fysiske og det mentale. Hvis man derfor tenker seg at det finnes en verden w der man har Interak(w)[32] kan man følgelig ikke hevde at at enhver fysisk hendelse i w som har en årsak har en fysisk hendelse som sin direkte årsak. I alle tilfelle er dette sistnevnte prinsipp en påstand som ikke på noen måte er opplagt. Det virker derfor som om det ikke er noen spesielle grunner til å binde seg til det.

---

[31] Teorem 4.3 .12

Vi betraktet også et annet viktig krav som det var nærliggende å betrakte i forbindelse med årsaksrelasjonen. La oss minne om at dersom h er en hendelse betegner $\beta^{o}(h)$ det utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene hvor hendelsen h intreffer. Kravet vi formulerte var dette: Er hendelsen h i verdenen w årsak til hendelsen h' finnes det en utsagnsmengde Δ som inneholder $\beta^{o}(h)$ og som representerer en deduktiv-nomologisk forklaring i w på det skasfohold som beskrives av $\beta^{o}(h')$

Sier man at hendelsen h representerer en partiell forklaring i verdenen w på hvorfor hendelsen h' foreligger hvis og bare hvis det finnes en Δ slik at $\beta^{o}(h)$êΔ & DNF;w(Δ,$\beta^{o}(h')$) kan man formulere det krav vi her har i tankene ved å si at dersom h er årsak til h' representerer den første hendelsen alltid en partiell forklaring på den andre. Dette kan virke plausibelt. Det omvendte, nemlig at dersom h representerer en partiell forklaring på h' så er h årsak til h', er naturligvis mindre plausibelt.

Relasjonen 'representerer en partiell forklaring på i verdenen w' kan man ikke (innenfor rammen av TMF;c) vise at er transitiv. Imidlertid kan man legge til visse krav til den definisjonen vi har gitt ovenfor slik at man som resultat får en relasjon som man faktisk kan vise at er transitiv. Man betegne denne relasjonen 'streng partiell forklaring'.

La oss, som vi tidligere har gjort, kalle en mulig verden w for svakt interaktiv hvis og bare hvis det finnes hendelser h1 - h4 hvor h1 og h4 er fysiske hendelser , h2 og h3 er mentale og hvor man har at h;i representerer em streng partiell forklaring på h;(i+1) for i=1,...,3. Man kan da i TMF;c vise at dersom w er en slik svakt interaktiv verden finnes det en relasjon R;w som oppfyller alle de kravene vi har betraktet i forbindelse med årsaksrelasjonen, inkludert kravet Interak(w). Man kan forøvrig vise endel beslektede varianter av dette resultat. Dette har en viss interesse fordi det, selvom det ikke representerer noe strengt formelt bevis, tross alt støtter opp under den påstanden at TMF;c+ er konsistent dersom TMF;c er det.

Det virker som om noen er av den mening at at det forhold at mentale hendelser kan forårsake fysiske på en eller annen måte bryter med de rent fysiske naturlover. Som om der i de tilfelle hvor en rent mental hendelse forårsaker en fysisk skjedde en slag utveksling av "mental energi" med rent fysisk energi, stikk i strid med de forestillinger man i dag har om energiens konstans. Fra dette kan det synes nærliggende å slutte at mengden av fysiske hendelser er lukket under "forårsaket av"-relasjonen. Enn mer synes det som om noen hevder at dette forhold er et adekvat uttrykk for de konsevasjonslover som gjelder i den aktuelle verden. Det er imidlertid tvilsomt om det finnes noe grunnlag for å trekke så vidtgående slutninger.

Hvis man antar at de lover av psykofysisk karakter som kommer i tillegg til de fysiske lover i høyden kan utgjøre en konsevativ utvidelse av de sistnevnte, og dessuten antar den fysiske virkelighet er eksplanatorisk autonom, kan altså en forklaring av et fysisk fenomen der det trekkes inn fakta av mental art samt psykofysiske lover, erstattes med en rent fysisk-

[32] Se Definisjon 6.1.1

nomologisk forklaring. Er en mental hendelse a årsak til en fysisk hendelse b innebærer dette at a representerer en partiell forklaring på b. Men de lovene som implisitt inngår i denne forklaring kan ikke da stride mot noen av de fysisle lovene som gjelder i den verden det dreier seg om. Tar man derfor høytidelig antagelsen om at den fysiske virkelighet er eksplanatorisk autonom i den aktuelle verden kan det neppe anses som paradoksalt at mentale hendelser kan forårsake fysiske.

La oss kalle en endelig rekke av hendelser der hver hendelse, bortsett fra den siste representerer en partiell forklaing i verdenen w på den neste hendelsen i rekken, for en *partiell forklaringskjede* i verdenen w. Tilsvarende kaller vi en endelig hendelsesrekke der hvert element i rekken, bortsett fra det siste, er årsak i verdenen w til det neste element for en *årsakskjede* i verdenen w

Anta w er en verden som oppfyller de følgende krav: For det første er den fysiske virkelighet i w eksplanatorisk autonom. For det andre finnes det en uendelighet av genuine kausale implikasjonsforhold mellom fysiske og mentale utsagn som gjelder i verdenen w. For det tredje kreves det at det i verdenen w finnes en uhyre mengde med partielle forklaringskjeder som går fra det fysiske til det mentale og fra det mentale tilbake til det fysiske. For det fjerde tenker vi oss at det finnes en uendelig undermengde av partielle forklaringskjeder, nemlig kausalkjeder som går fra det fysiske til det mentale og tilbake i verdenen w. La oss kalle en verden som oppfyller disse fire kravene for *interaktiv i streng forstand*.

Det virker rimelig å tenke seg at den aktuelle verden oppfyller disse fire kravene. Det virker i tillegg fornuftig å anta denne antagelsen er konsistent med de tre tesene (a) -(c) vi har nevnt tidligere, samt tesen om at den aktuelle verden er fysisk-nomologisk konservativ.

I så tilfelle vil den aktuelle verden være en verden hvor den forekommer genuien interaksjon mellom det mentale og det fysiske.

Det er også konsistent med den angitte betingelse at det kan finnes en *kausalkjede* som går fra en fysisk hendelse f;0 via en visse mentale hendelser m;0, ..., m;j til en annen fysisk hendelse f;1 samtidig som det finnes en partiell forklaringskjede som starter med f;0 og som via visse mellomliggende, rent fysiske hendelser, f;01, ..., f;0k går frem til hendelsen f;1. Dette er riktignok intet som er implisert av kravet om at den fysiske virkelighet er eksplanatorisk autonom, men det virker konsistent med de fire kravene vi har nevnt ovenfor. I lys av det nevnte autonomi-prinsipp skulle det heller ikke være særskilt overaskende.

La oss oppsummere. Vi har innenfor rammen av TMF;c+ formulert tre hovedstandpunkter. For det første har vi det standpunkt at det mentale logisk sett er strengt supervenient i relasjon til det fysiske. Dette standpunkt kan, som vi har sett, suppleres med de følgende tilleggsteser, nemlig den tese at den aktuelle verden er fysisk nomologisk konservativ, videre den tese at i den aktuelle verden er den fysiske virkelighet eksplanatorisk autonom, og endelig kan man supplere tesen med den antagelse, som vi gjorde rede for rett ovenfor, at den aktuelle verden er interaktiv i streng forstand. Dette standpunkt kan formuleres helt presist innenfor rammen av teorien TMF;c+.

For det andre har vi det standpunkt at det mentale er strengt logisk sett er irredusibelt i forhold til det fysiske, men at det mentale ikke desto mindre er kausalt supervenient i forhold til det fysiske i den aktuelle verden. Også dette standpunkt kan, som det førstnevnte, suppleres med tilleggsantagelsene om at den aktuelle verden er fysisk-nomologisk konservativ, at den fysiske virkelighet er eksplanatorisk autonom i den aktuelle verden og at den aktuelle verden er interaktiv i streng forstand.

For det tredje har vi det standpunkt at det mentale ikke bare strengt logisk, men også kausalt sett, er irredusibelt til det fysiske. Også dette standpunkt kan suppleres med de tre nevnte tilleggsteser, og, såvidt vi kan se, uten at det skulle være noen fare for at motsigelser oppstår.

Som man ser er disse tre hovedstandpunktene nært relatert til tesene (a) - (c) som vi presenterte tidligere. Man ser at de er innbyrdes uforenelige.

Man kan nå spørre om hvilke av disse tre standpunktene, om noen av dem, som er sanne. Spørsmålet kan neppe avgjøres innenfor rammen av TMF;c+ siden det virker rimelig å tro at alle disse standpunktene er uavhengige av denne teorien. Vi har imidlertid i Del II sett på noen mulige argumenter mot den strenge logiske supervenienstesen. Hvis disse argumentene er korrekte taler dette til fordel for et av de to sistnevnte standpunkter. Det virker imidlertid som om argumenter av samme type som dem som ble rettet mot den strenge logiske supervenienstesen også kan rettes mot den kausale supervenienstesen. I såfall står man igjen med det sistnevnte standpunkt som innebærer at det mentale hverken logisk eller kausalt sett kan reduseres til det fysiske. Hva enten dette standpunkt er korrekt eller ikke virker det som et svært interessant synspunkt som det kan være vel verdt å undersøke ytterligere.

Som man ser har vi innenfor rammen av TMF;c+ utdypet adskillig de enkelte delteser som inngår i disse tre hovedstandpunktene. Selv om vi ikke har greid å avgjøre noen av disse standpunktene, noe som det forøvrig virker en smule naivt å tro at skulle la seg gjøre, skulle det fremgå av våre undersøkelser at den teorien vi har stilt opp utgjør en interessant og fruktbar ramme for mer dyptgående studier av vesentlige filosofiske standpunkter vedrørende forholdet mellom det mentale og det fysiske.

Referanser

Referanser

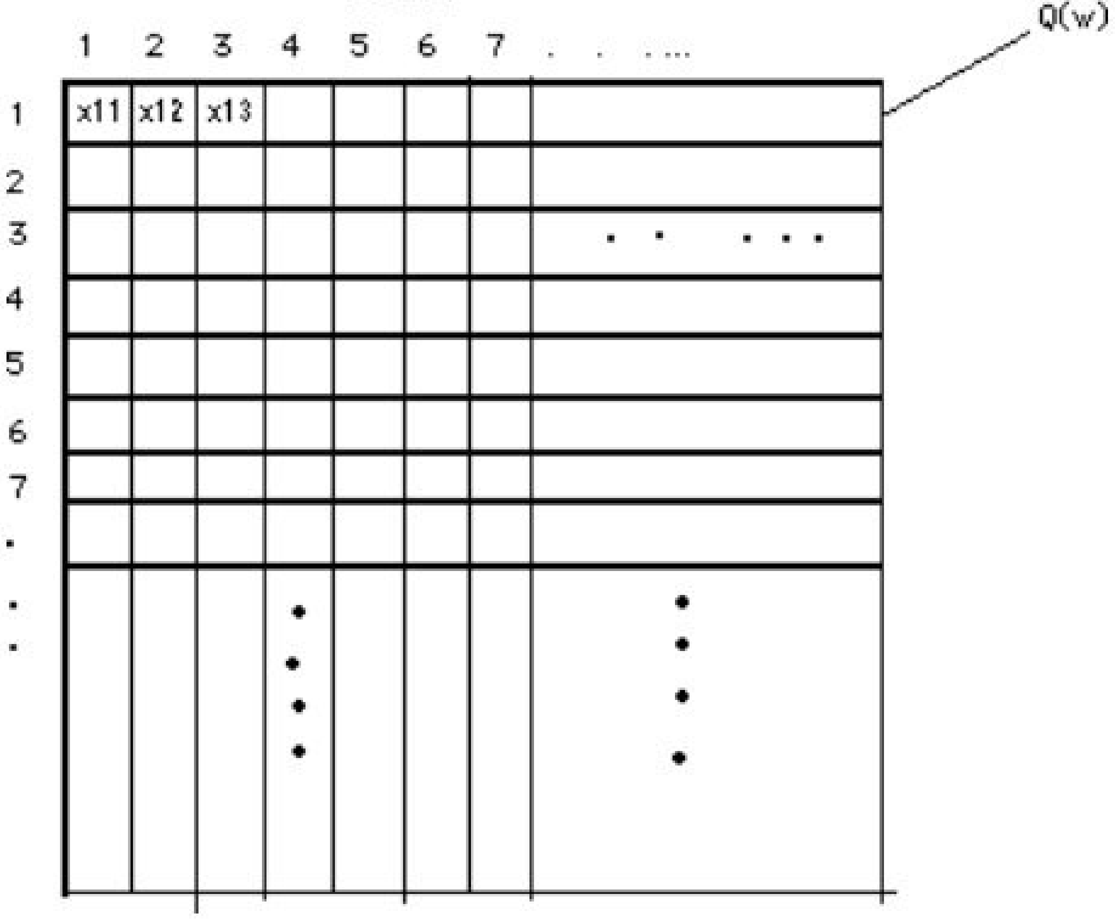
Kim [1]	Kim, Jaegwon. *Philosophy of Mind.* Westview Press. Colorado. 1998
Putnam [1]	Putnam, Hilary, *The Threefold Cord: Mind, Body and World*, Columbia University Press, New York, 1999
Rognes [1]	Rognes, Morten, *En oversikt over definisjoner av sentrale begreper i den klassiske predikatlogikk og mengdelære*, Maskinskrevet manuskript, 1985
Rognes [2]	Rognes, Morten, *En teori om presise deskriptive utsagn*, Maskinskrevet manuskript, 1985
Rognes [3]	Rognes, Morten, *En del grunnleggende begreper og setninger i teorien om presise deskriptive utsagn*, Maskinskrevet manuskript, 1987
Rognes [4]	Rognes, Morten. *Egenskaper. Del I.* Upublisert manuskript, 1986
Rognes [5]	Rognes, Morten. *Egenskaper. Del II (Bevis for teoremer)* , Upublisert manuskript, 1987
Rognes [6]	Rognes, Morten, *Om forholdet mellom det mentale og det fysiske. DEL I* Maskinskrevet manuskript, 2002
Rognes [7]	Rognes, Morten, *Om forholdet mellom det mentale og det fysiske. DEL II.* , Maskinskrevet manuskript, 2002

*

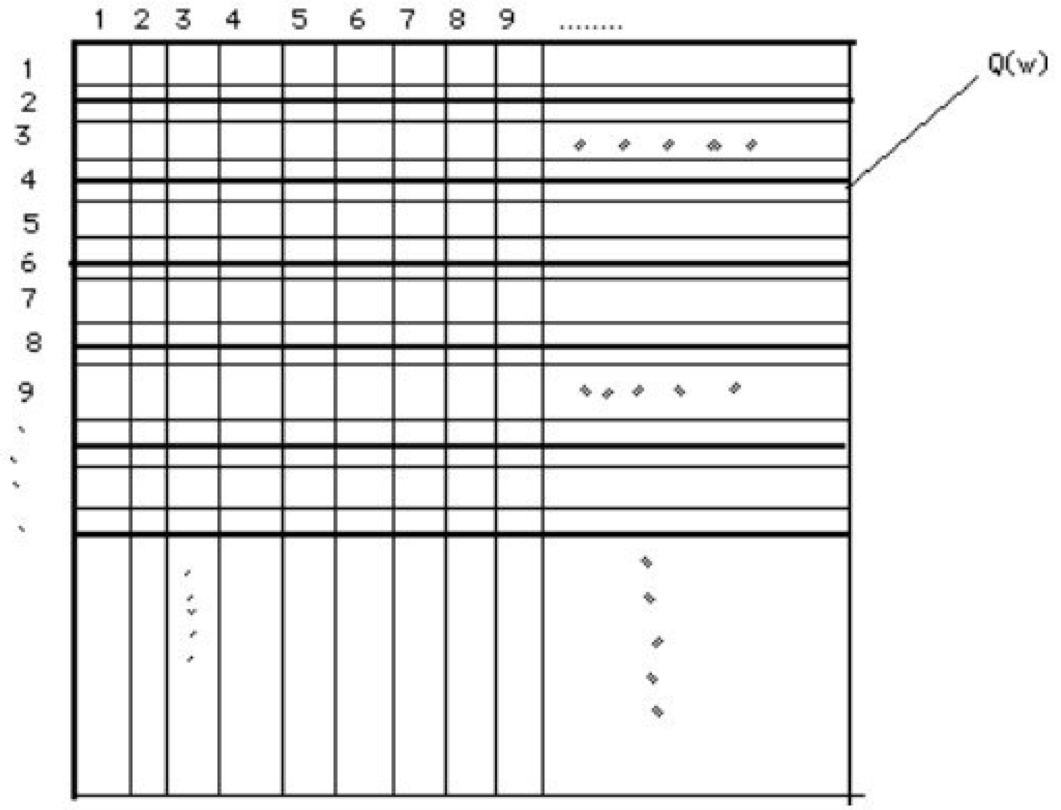
APPENDIX I

Tre figurer

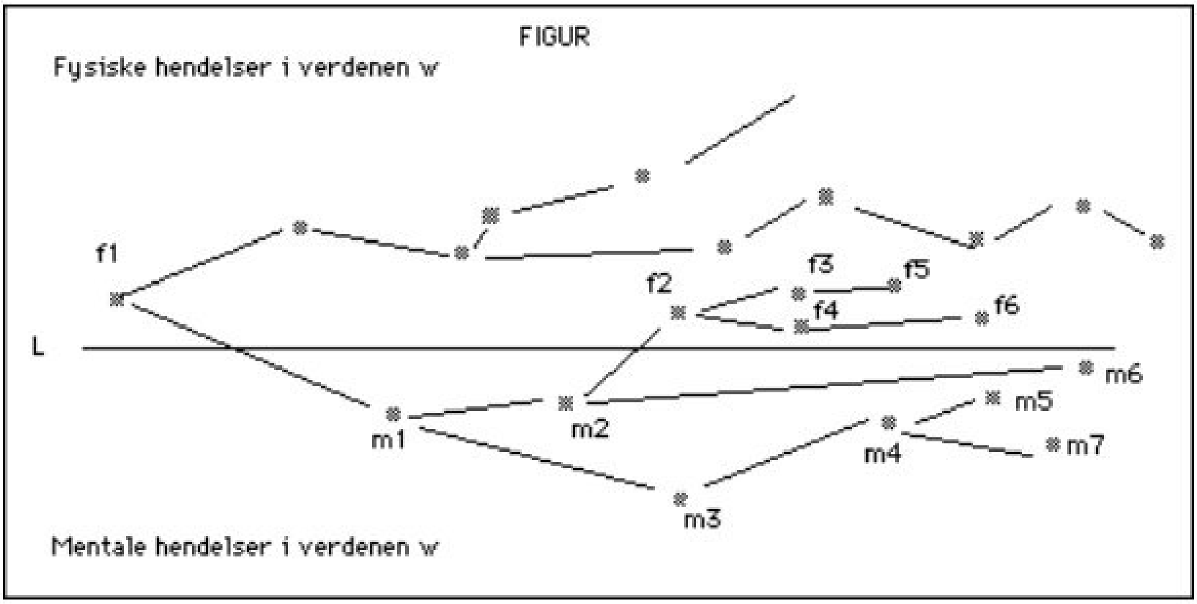
FIGUR 1


Q(w)
1 2 3 4 5 6 7 . . . ...
1 2 3 4 5 6 7 . . .
x11
x12
x13

FIGUR 2


1
2
3
4
5
6
7
8
9
....
1
2
3
4
5
6
7
8
9
Q(w)

Figur 3


FIGUR
Fysiske hendelser i verdenen w
f1
f2
f3
f4
f5
f6
L
m1
m2
m3
m4
m5
m6
m7
Mentale hendelser i verdenen w

Copyright beskrivelse

Dette arbeidet er © Morten Rognes 2002. Det er fullstendig fritt i den forstand at man kan kopiere det for eget bruk og distribuere kopier til andre så lenge dette ikke er for salg eller økonomisk vinning. *Kopier må være av arbeidet i sin helhet og i sin opprinnelige form slik det er distribuert her, og må i tillegg inneholde denne copyright-beskrivelsen skrevet på norsk* .

Det er lov til å sitere fra dette arbeidet i egne skrifter etter de regler og standarder som er internasjonalt akseptert for sitering i vitenskapelige publikasjoner. Under ingen omstendigheter er det lov å sitere deler av dette arbeid, eller hele dette arbeid, på en slik måte at man utgir det for å være ens eget.

Henvisninger til dette arbeid bør inneholde de følgende data i en komma-separert liste: etternavnet til denne forfatteren, fornavnet til denne forfatteren, tittelen på arbeidet, årstallet det opprinnelig ble skrevet som angitt på tittelbladet, uttrykket "Upublisert", den fullstendige URL fra hvilket dette arbeidet ble lastet ned, dato og årstall for nedlasting, samt det versjonsnummeret som er angitt på tittelbladet. Eksempel:

> Rognes, Morten, "En oversikt over definisjoner av sentrale begreper i den klassiske predikatlogikk og mengdelære", 1985, Upublisert, http://www.uio.no/~mrognes/arbeider/mrog73a.sit.hqx, 4-4-2002, v1.00.